Современная экономическая наука и образование в России

РЭШ

ВСТУПИТЕЛЬНЫЕ ЭКЗАМЕНЫ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ РЭШ С 2016 ПО 2024 ГОДЫ

Москва 2025

Прикладные программы РЭШ

Олимпиада по математике, 2 апреля 2016 г.

Фамилия, имя, отчество

____

1. Интеграл $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x\,dx}{x^2+1}$ равен

A $\pi/3$

B $\frac{1}{4}\ln 2$

C $\frac{1}{2}\ln(5/2)$

D $\frac{1}{2}\ln(7/4)$

E $\pi/6$

2. Предел $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x - x\sin x}{x}$ равен

A $1/2$

B $-1/2$

C 0

D $1/6$

E другому числу или не существует

3. Функция $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$ рассматривается на отрезке $[-2, 3]$. Найдите *ложное* утверждение.

A функция $f(x)$ неотрицательна на отрезке $[-2, 3]$

B в точке $x = 1$ функция $f(x)$ достигает наименьшего значения на отрезке $[-2, 3]$

C наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-2, 3]$ меньше 10

D на отрезке $[0, 1]$ функция $f(x)$ убывает

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

4. Даны две компании. Вероятность дефолта первой из них равна 0.6, а вероятность дефолта второй компании при условии дефолта первой равна 0.5. При этом в случае отсутствия дефолта первой компании вторая может испытать дефолт с вероятностью 0.1. Тогда безусловная вероятность дефолта второй компании равна

A 0.1

B 0.3

C 0.34

D 0.6

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

5. Вы купили облигацию, которая может оказаться «хорошей» с вероятностью 0.8 или «плохой» с вероятностью 0.2. «Хорошая» облигация с вероятностью 0.9 через год выплатит 100, а с вероятностью 0.1 не выплатит ничего. «Плохая» облигация через год с вероятностью 1/2 выплатит 100, а с вероятностью 1/2 не выплатит ничего. Через год облигация выплатила 100. Тогда вероятность того, что это «хорошая» облигация, равна

A 0

B 0.8

C 80/92

D 72/82

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

6. Квадратные матрицы A и B порядка $n \geqslant 2$ являются ортогональными. Через X^T обозначим матрицу, транспонированную к матрице X. Найдите *ложное* утверждение:

A матрица AB^T ортогональная

B матрица AA^T ортогональная

C матрица AB^T задает оператор проектирования

D матрица AA^T задает оператор проектирования

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

7. Даны матрицы A размера $m \times n$ и B размера $k \times n$. Через x обозначим неизвестный столбец длины n. Пусть L_1 и L_2 — множества решений систем линейных уравнений $Ax = 0$ и $Bx = 0$ соответственно. Тогда решением объединенной системы $\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ является множество

A $\varnothing$

B $\{0\}$

C $L_1 \cap L_2$

D $L_1 \cup L_2$

E $L_1 + L_2$

8. Дана квадратная матрица A порядка $n \geqslant 2$. Через $\det X$ обозначим определитель любой квадратной матрицы X, а через X^T обозначим матрицу, транспонированную к матрице X. Тогда

A $\det(A^{-1}) = \det A$

B $\det(-A) = -\det A$

C $\det(\alpha A) = \alpha \det A$

D $\det(A + B) = \det A + \det B$

E $\det(AA^T) = \det(A^2)$

9. Наибольшее значение функции $f(x, y) = x + 2y$ на множестве $\{(x, y)\colon x^2 + y^2 = 1\}$ равно

A $\sqrt{5}$

B $1/\sqrt{5}$

C $-1/\sqrt{2}$

D $\sqrt{2}$

E другому числу

10. Функция $f(x,y) = x^2 + y^2 + z^2$ на множестве $\{(x,y,z)\colon\, z = xy\}$

A достигает наибольшего значения в единственной точке

B достигает наибольшего значения ровно в двух точках

C достигает наибольшего значения ровно в четырех точках

D достигает наибольшего значения в восьми точках

E не достигает наибольшего значения

11. Интеграл $\displaystyle\int_0^\pi x \sin x dx$ равен

A π

B $-\pi$

C $\pi + 1$

D 2π

E $\pi/2$

12. Симметричная матрица A порядка $n \geqslant 2$ такова, что $A^2 = 3A$. Тогда

A число 0 является собственным числом матрицы A

B число 3 является собственным числом матрицы A

C ни 0, ни 3 не являются собственными числами матрицы A

D числа 0 и 3 оба являются собственными числами матрицы A

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

13. Дана матрица $\begin{pmatrix} 1+\alpha^2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & \alpha \\ 0 & \alpha & 1 \end{pmatrix}$, где α — вещественный параметр. Множество значений α, для которых эта матрица положительно определена, есть

A $(-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \sqrt{3})$

B $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

C $(-2, 0) \cup (0, 2)$

D $(-2, 2)$

E $(-\infty, +\infty)$

14. Предел $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x}{\ln(1+x) - x}$ равен

A -1

B 1

C $1/2$

D 2

E другому числу или не существует

15. Рассмотрим функции $f(x) = 1 - e^x + x$ и $g(x) = \sin(x)$. Тогда

A в некоторой окрестности точки 0 выполнено неравенство $f(x) < g(x)$

B в некоторой окрестности точки 0 выполнено неравенство $f(x) > g(x)$

C в некоторой окрестности точки 0 при $x > 0$ выполнено неравенство $f(x) < g(x)$

D в некоторой окрестности точки 0 при $x < 0$ выполнено неравенство $f(x) < g(x)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

16. Функция $f(x) = (x-5)^\alpha (12-x)^{1-\alpha}$

A   определена и непрерывна на всей вещественной прямой при любом $\alpha > 0$

B   определена и непрерывна при $x > 0$ и $\alpha > 0$

C   определена и непрерывна в интервале $(5, 12)$ только при $\alpha < 1$

D   определена и непрерывна в интервале $(5, 12)$ только при $\alpha \geqslant 1$

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

17. Функция $f(x)$ задана и ограничена на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на (a, b). Тогда

A   функция $f(x)$ достигает на $[a, b]$ наименьшего и наибольшего значения

B   существуют $\lim\limits_{x\to a+} f(x)$ и $\lim\limits_{x\to b-} f(x)$

C   если $f(a) = f(b)$, то существует точка $c \in (a, b)$, такая что $f'(c) = 0$.

D   если $f'(x) = 0$ при любом $x \in (a, b)$, то функция $f(x)$ является константой на $[a, b]$.

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

18. Дана функция $f(x, y) = x^2 + y^2$ и множество $M = \{(x, y)\colon 2\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} = 1\}$. Найдите *ложное* утверждение.

A   функция $f(x, y)$ на множестве M достигает наибольшего и наименьшего значений

B   каждый локальный минимум или максимум функции $f(x, y)$ на множестве M является точкой наименьшего или наибольшего значения функции $f(x, y)$ на множестве M

C   функция $f(x, y)$ на множестве M достигает наименьшего значения в четырех точках

D   функция $f(x, y)$ на множестве M достигает наибольшего значения в двух точках

E   среди утверждений A, B, C, D есть ложное

19. Дана функциональная последовательность $f_n(x) = n^x \ln n$. Обозначим через M множество тех чисел x, для которых существует $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x)$ и для каждого $x \in M$ обозначим $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) = f(x)$. Тогда

A   множество M замкнуто

B   множество M открыто

C   функция $f(x)$ является нечетной функцией

D   функция $f(x)$ является неограниченной функцией на M

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2016 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ равен

A   0

B   1

C   2

D   3

E   4

21. Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ равен

A -2

B -1

C 1

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

22. Квадратичная форма $f(x) = x^T A x$ в $\boldsymbol{R}^3$ задана матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда

A квадратичная форма $f(x)$ положительно определена

B квадратичная форма $f(x)$ положительно полуопределена

C квадратичная форма $f(x)$ отрицательно определена

D квадратичная форма $f(x)$ знакопеременная

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

23. Платежи X по акции подчиняются нормальному распределению с математическим ожиданием 5 и дисперсией 16. Независимая от акции облигация платит Y, равный 100 с вероятностью 0.9, и 0 с вероятностью 0.1. Тогда вероятность $\mathbf{P}\{XY > 500\}$ равна

A 0

B 0.05

C 0.45

D 0.55

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

24. Цена акции в конце каждого года независимо от прошлого увеличивается на 10% с вероятностью $1/2$ и уменьшается на 5% с вероятностью $1/2$. Тогда вероятность того, что через 3 года цена акции будет выше, чем сегодня, равна

A 0

B $2/8$

C $4/8$

D $5/8$

E $7/8$

25. Про две случайные величины X и Y известно, что $X > Y$. Обозначим через $\mathbf{E}\,Z$, $\mathbf{Var}\,Z$ и $\mathbf{cov}(Z, W)$ соответственно математическое ожидание, дисперсию случайной величины Z и ковариацию случайных величин Z и W. Тогда

A $\mathbf{E}\,X > \mathbf{E}\,Y$, если и только если $\mathbf{cov}(X, Y) > 0$

B $\mathbf{E}\,X > \mathbf{E}\,Y$, если и только если $\mathbf{cov}(X, Y) \leqslant 0$

C $\mathbf{Var}\,X > \mathbf{Var}\,Y$

D $\mathbf{E}(X^2) > \mathbf{E}(Y^2)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2 апреля 2016 г. для прикладных программ

Код 00000

1. D	**2.** C	**3.** C	**4.** C	**5.** D
6. C	**7.** C	**8.** E	**9.** A	**10.** E
11. A	**12.** E	**13.** A	**14.** A	**15.** C
16. E	**17.** E	**18.** B	**19.** B	**20.** D
21. E	**22.** D	**23.** C	**24.** C	**25.** E

Прикладные программы РЭШ

Олимпиада по математике, 2 июля 2016 г.

Фамилия, имя, отчество

____

1. Функция $f(x) = \dfrac{x+3}{\sqrt{x}+1}$ при $x \geqslant 0$

A возрастает по x

B убывает по x

C достигает локального максимума ровно в одной точке, и этот максимум является глобальным

D достигает локального минимума ровно в одной точке, и этот минимум является глобальным

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

2. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(x+1-\sqrt{x^2+2x}\right)$ равен

A 0

B 1/2

C 1

D $+\infty$

E числу, отличному от A, B, C, D, или не существует

3. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 2 & 7 \\ 2 & 9 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ равен

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

4. Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ равен

A 0

B 2

C 5

D 11

E не определён

5. Пусть $f(x) = \max\limits_{y \geqslant 1}(2xy - y^2)$ при $x \in \boldsymbol{R}$. Какие из следующих утверждений (I, II, III) являются *ложными*?

I. Функция $f(x)$ выпуклая на $\boldsymbol{R}$.
II. Функция $f(x)$ вогнутая на $\boldsymbol{R}$.
III. Функция $f(x)$ дифференцируема при всех $x \in \boldsymbol{R}$.

A только I

B только II

C I и III

D II и III

E I, II и III

6. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[0, 2]$ и дифференцируема на интервале $(0, 2)$, причем $f(0) = 0$ и $f(2) = 1$. Тогда существует точка $y \in (0, 2)$, такая, что

A $f'(y) = f(1)$

B $f(y) = f'(1)$

C $f(y) = \dfrac{y}{2}$

D $f'(y) \geqslant 1$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

7. Пусть при всех $x \in \boldsymbol{R}$ у функции $f(x)$ существует производная $f'(x)$. Тогда функция $f'(x)$

A ограничена на $\boldsymbol{R}$

B непрерывна при всех $x \in \boldsymbol{R}$

C дифференцируема при всех $x \in \boldsymbol{R}$

D интегрируема по Риману на любом ограниченном отрезке

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

8. Известно, что для непрерывной функции $f(x)$ при всех $x \in \boldsymbol{R}$ выполнено равенство $f(2x + 1) = -f(2x - 1)$. Найдите *ложное* утверждение:

A функция $f(x)$ ограниченная

B функция $f(x)$ периодическая

C функция $f(x)$ нечетная

D $f(x) = 0$ при некотором $x \in \boldsymbol{R}$

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

9. Квадратичная форма $f(x) = x^T A x$ в $\boldsymbol{R}^3$ задана матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Тогда

A квадратичная форма $f(x)$ положительно определена

B квадратичная форма $f(x)$ положительно полуопределена, но не положительно определена

C квадратичная форма $f(x)$ отрицательно определена

D квадратичная форма $f(x)$ знакопеременная

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

10. Платежи X по облигации распределены равномерно на отрезке $[0,1]$. Независимый от облигации дериватив платит Y, равный 10 с вероятностью 0.6, и 1 с вероятностью 0.4. Тогда вероятность $\mathbf{P}\{XY > 0.5\}$ равна

A 0.54

B 0.65

C 0.77

D 0.87

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

11. Цена акции в конце каждого года независимо от прошлого увеличивается на 10% с вероятностью 1/2 и уменьшается на 10% с вероятностью 1/2. Какова вероятность того, что через 3 года кумулятивная доходность акции будет выше 10%?

A 0

B 1/8

C 2/8

D 4/8

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Предел $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ равен

A 0

B 1/3

C 1/2

D 2/3

E не существует

13. Предел $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$ равен

A 0

B $2/\pi$

C $-2/\pi$

D $\pi/2$

E не существует

14. Предел $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n-3)^{20}(3n+2)^{30}}{(2n+1)^{50}}$ равен

A $(3/2)^{20}$

B $(2/3)^{20}$

C $(3/2)^{50}$

D $(2/3)^{50}$

E $(3/2)^{30}$

15. Определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x dx$ равен

A $\quad 0$

B $\quad 1/4$

C $\quad 1/2$

D $\quad 1$

E $\quad 2$

16. Определенный интеграл $\int_0^{2} \sqrt{4-x^2} dx$ равен

A $\quad 1$

B $\quad 2$

C $\quad e$

D $\quad \pi$

E $\quad 4$

17. Неопределенный интеграл $\int 2 \operatorname{arctg} x dx$ равен

A $\quad 2x \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2) + C$

B $\quad 2x \operatorname{arctg} x + \ln(1+x^2) + C$

C $\quad 2x \operatorname{arctg} x + C$

D $\quad 2x \operatorname{arctg} x + \ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right| + C$

E $\quad 2x \operatorname{arctg} x + \ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right| + C$

18. Про две случайные величины X и Y известно, что их ковариация $\mathbf{cov}(X, Y) > 0$. Обозначим через $\mathbf{E}\, Z$ математическое ожидание, а через $\mathbf{Var}\, Z$ — дисперсию случайной величины Z. Тогда

A $\quad \mathbf{E}\, X + \mathbf{E}\, Y > \mathbf{E}\, X\, \mathbf{E}\, Y$

B $\quad (\mathbf{E}\, X - \mathbf{E}\, Y)^2 < 0$

C $\quad \mathbf{Var}\, X + \mathbf{Var}\, Y \geqslant \mathbf{E}(X+Y)^2$

D $\quad \mathbf{E}\, X^2 + \mathbf{E}\, Y^2 < (\mathbf{E}\, X + \mathbf{E}\, Y)^2$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Даны две компании. Вероятность дефолта первой из них равна 0.3, а вероятность дефолта второй компании — 0.5. При этом в случае отсутствия дефолта первой компании вторая может испытать дефолт с вероятностью 0.4. Чему равна условная вероятность дефолта второй компании в случае дефолта первой?

A $\quad 4/15$

B $\quad 1/2$

C $\quad 8/15$

D $\quad 11/15$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Вы купили облигацию, которая может оказаться «хорошей» с вероятностью 0.7 или «плохой» с вероятностью 0.3. «Хорошая» облигация с вероятностью 0.9 через год выплатит 100, а с вероятностью 0.1 не выплатит ничего. «Плохая» облигация через год с вероятностью 0.5 выплатит 100, а с вероятностью 0.5 не выплатит ничего. Чему равно математическое ожидание выплат?

A 78

B 81

C 84

D 87

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

21. Наибольшая размерность подпространства решений однородной системы

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 \\ 1 & \beta & \beta^2 & \beta^3 \\ 1 & \gamma & \gamma^2 & \gamma^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где α, β, $\gamma > 0$, равна

A 0

B 1

C 2

D 3

E решений не существует

22. Обратная к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ равна

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D матрица, отличная от приведенных в A, B, C

E не существует

23. Размерность линейной оболочки системы векторов

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

равна

A 1

B 2

C 3

D 4

E 5

24. Квадратная матрица A порядка $n \geqslant 2$ такова, что $A^2 = A$, причем известно, что A не совпадает ни с нулевой, ни с единичной матрицами. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинные?

I. Числа 0 и 1 оба являются собственными числами матрицы A.

II. Матрица A вырожденная.

III. Матрица A невырожденная.

A только I

B только II

C только I и II

D только I и III

E ни одно из утверждений I, II, III не является истинным

25. Дана симметричная матрица A порядка $n \geqslant 2$. Найдите *ложное* утверждение:

A если матрица A положительно определена, то множество $\{x\colon x^T A x = 1\}$ ограниченное

B если матрица A положительно полуопределена, то множество $\{x\colon x^T A x = 1\}$ ограниченное

C если матрица A положительно определена, то множество $\{x\colon x^T A x = -1\}$ ограниченное

D если матрица A положительно полуопределена, то множество $\{x\colon x^T A x = -1\}$ ограниченное

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2 июля 2016 г. для прикладных программ

Код 00000

1. D	**2.** B	**3.** D	**4.** E	**5.** B
6. A	**7.** E	**8.** C	**9.** A	**10.** C
11. B	**12.** D	**13.** B	**14.** E	**15.** C
16. D	**17.** A	**18.** E	**19.** D	**20.** A
21. D	**22.** C	**23.** C	**24.** C	**25.** B

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2016)

Фамилия, имя, отчество ______________________ Код *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Размерность подпространства решений системы линейных уравнений $Ax = 0$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix},$$

равна

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

2. Определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} x & 2 & 3 \\ 3 & 1 & x \\ 2 & 3 & x \end{pmatrix}$$

достигает наименьшего значения при x равном

A -1

B $-1/2$

C 0

D $1/2$

E не достигает наименьшего значения

3. Квадратичная форма $f(x) = x^T Ax$ (где через x^T обозначена строка, транспонированная к столбцу x) в $\boldsymbol{R}^3$ задается матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда

A квадратичная форма $f(x)$ положительно определена

B квадратичная форма $f(x)$ положительно полуопределена, но не положительно определена

C квадратичная форма $f(x)$ отрицательно определена

D квадратичная форма $f(x)$ отрицательно полуопределена, но не отрицательно определена

E квадратичная форма $f(x)$ знакопеременная

4. У матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

A существует два положительных собственных числа

B существует два отрицательных собственных числа

C число 0 является собственным числом кратности 2

D существует одно положительное и одно отрицательное собственные числа

E не существует нулевого собственного числа

5. Матрица $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ трактуется как линейный оператор в $\boldsymbol{R}^3$. Через $\operatorname{Im} A$ и $\operatorname{Ker} A$ обозначим, соответственно, образ и ядро матрицы A. Тогда

A $\dim \operatorname{Im} A = 1$

B $\dim \operatorname{Ker} A = 2$

C $\operatorname{Im} A + \operatorname{Ker} A = \boldsymbol{R}^n$

D $\operatorname{Im} A \cap \operatorname{Ker} A \neq \{0\}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

6. Дана система векторов $X = \{x_1, \ldots, x_m\}$, $m \geqslant 2$ в линейном пространстве $\boldsymbol{R}^n$, $n \geqslant 2$. Известно, что каждый вектор из этой системы линейно выражается через остальные. Обозначим через $L(X)$ линейную оболочку системы X. Тогда

A если $\dim L(X) = 3$, то $n > 3$

B если $\dim L(X) < m$, то $n < m$

C если $m > n$, то $L(X) = \boldsymbol{R}^n$

D если $L(X) = \boldsymbol{R}^n$, то $m > n$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

7. Даны две матрицы A и B, такие что существует их произведение $C = AB$. Тогда

A если строки матрцы A линейно независимые, то строки матрицы C линейно независимые

B если столбцы матрицы C линейно зависимые, то столбцы матрицы B линейно зависимые

C если строки матрицы C линейно независимые, то строки матрицы B линейно независимые

D если строки матрицы C линейно независимые, то строки матрицы A линейно независимые

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

8. Дана квадратная матрица A, такая что $A^2 = -I$. Найдите *ложное* утверждение:

A матрица A не имеет вещественных собственных чисел

B если матрица A ортогональная, то она симметричная

C если матрица A кососимметричная, то она ортогональная

D если матрица A ортогональная, то она кососимметричная

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

9. Четыре трейдера спорят, кто лучше угадает движения рынка. Чтобы не угадывать конкретное число, они разбивают доходность на 10 равновероятных категорий от 1 до 10, где 1 — отрезок наименьшего роста, 10 — отрезок наибольшего роста. Каждый трейдер загадывает одну категорию случайно и независимо от других. Тогда вероятность того, что хотя бы для двоих трейдеров выбранные ими категории совпадут, равна

A 0.496

B 0.504

C 0.616

D 0.88

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

10. Цена акции в конце каждого года независимо от прошлого увеличивается на 10% с вероятностью 1/2 и уменьшается на 5% с вероятностью 1/2. Какова вероятность того, что чистая кумулятивная доходность акции за три года будет ниже 11%?

A 0

B 2/8

C 4/8

D нельзя определить из данной информации

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

11. Про две случайные величины X и Y известно, что их коэффициент корреляции $\mathbf{corr}(X, Y) < 0$. Через $\mathbf{E}\,Z$ и $\mathbf{Var}\,Z$ обозначим математическое ожидание и дисперсию случайной величины Z соответственно. Тогда

A $\mathbf{Var}(X + Y) \geqslant \mathbf{E}(X + Y)^2$

B $(\mathbf{E}\,X)^2 - (\mathbf{E}\,Y)^2 > 0$

C $(\mathbf{E}\,X)^2 + (\mathbf{E}\,Y)^2 > 2\,\mathbf{E}\,X\,\mathbf{E}\,Y$

D $\mathbf{E}\,X^2 + \mathbf{E}\,Y^2 > (\mathbf{E}\,X + \mathbf{E}\,Y)^2$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Даны две компании. Вероятность дефолта первой из них равна 0.5, а вероятность дефолта второй компании — 0.7. При этом в случае дефолта второй компании первая может не испытать дефолт с вероятностью 0.3. Чему равна условная вероятность дефолта второй компании в случае дефолта первой?

A 0.7

B 0.85

C 0.98

D нельзя определить из данной информации

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

13. Вы купили облигацию X, которая может оказаться «хорошей» с вероятностью 0.9 или «плохой» с вероятностью 0.1. «Хорошая» облигация с вероятностью 0.9 через год выплатит 100, а с вероятностью 0.1 не выплатит ничего. «Плохая» облигация через год с вероятностью 0.5 выплатит 100, а с вероятностью 0.5 не выплатит ничего. Бумага Y платит -10, если облигация заплатила 100, и 100, если облигация заплатила 0. Чему равна математическое ожидание выплат $X+Y$?

A 90.4

B 90.9

C 91.4

D 100

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Пусть $\{a_n, n=1,2,\ldots\}$ — последовательность вещественных чисел, $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$. Тогда

A если последовательность $\{s_n\}$ ограничена, то последовательность $\{a_n\}$ сходится

B если последовательность $\{a_n\}$ сходится, то последовательность $\{s_n\}$ ограничена

C если последовательность $\{a_n\}$ ограничена, то последовательность $\{s_n\}$ сходится

D если последовательность $\{s_n\}$ сходится, то последовательность $\{a_n\}$ ограничена

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

15. Функция двух переменных $f(x,y)$ такова, что $\lim\limits_{\alpha\to+0} f(\alpha x, \alpha y) = 0$ при любых $x, y \in \boldsymbol{R}$. Тогда функция $f(x,y)$

A непрерывна в точке $(0,0)$

B дифференцируема в точке $(0,0)$

C имеет частные производные $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ в точке $(0,0)$

D достигает локального максимума или минимума в точке $(0,0)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

16. Предел $\lim\limits_{x\to+0} \dfrac{\ln(x+1)}{x\ln x}$ равен

A 0

B 1

C -1

D $-\infty$

E величине, отличной от A, B, C, D, или не существует

17. Предел $\lim_{n\to\infty} n\,(\ln(n+1)-\ln(n-1))$ равен

A 0

B 1

C 2

D $+\infty$

E величине, отличной от A, B, C, D, или не существует

18. Пусть $f(x)=\max\{x^3-x,-x\}$. Какие из следующих утверждений (I, II, III) являются истинными?

I. Функция $f(x)$ выпуклая.

II. Для любого $y\in\boldsymbol{R}$ количество различных $x\in\boldsymbol{R}$ таких, что $f(x)=y$, является четным.

III. Функция $f(x)$ дважды дифференцируема при всех $x\in\boldsymbol{R}$.

A только I

B только II

C I и III

D II и III

E I, II и III

19. Функция $f(x)$ при $x\in\boldsymbol{R}$ равна расстоянию на числовой прямой от x до ближайшего к x целого положительного числа. Тогда функция $f(x)$

A имеет бесконечно много разрывов первого рода

B дифференцируема при всех $x\in\boldsymbol{R}$, не являющихся целыми положительными числами

C ограничена на всей числовой прямой

D периодическая, если рассматривать ее только на множестве $[0,+\infty)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Интеграл

$$\int_2^4 \frac{dx}{x^2-1}$$

равен

A $\ln 5-\ln 3$

B $\operatorname{arctg} 4-\operatorname{arctg} 2$

C $\ln(5/2)$

D $\ln(3/\sqrt{5})$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

21. Интеграл

$$\int_0^\pi \sin^3 x\,dx$$

равен

A π

B 1

C $4/3$

D 2π

E $3/2$

22. Интеграл

$$\int_1^{e^2} \frac{2\ln x}{x} dx$$

равен

A $\quad 1$

B $\quad 2$

C $\quad 4$

D $\quad e$

E $\quad e^2$

23. Наибольшее значение функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ на отрезке $[0, 6]$ равно

A $\quad -2$

B $\quad 0$

C $\quad 2$

D $\quad 18$

E другому числу

24. Наибольшее значение функции $f(x, y) = 3x + 4y$ на множестве $\{(x, y)\colon x^2 + y^2 = 25\}$ равно

A $\quad 5$

B $\quad 25$

C $\quad 24$

D $\quad 24/25$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

25. Функция $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ на множестве $\{(x, y, z)\colon z^2 = x^2 + y^2\}$

A достигает наибольшего значения ровно в двух точках

B достигает наибольшего значения ровно в четырех точках

C достигает наибольшего значения в восьми точках

D достигает наибольшего значения в бесконечном количестве точек

E не достигает наибольшего значения

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2016 г. для прикладных программ

Код 00000

1. C	**2.** E	**3.** E	**4.** A	**5.** D
6. D	**7.** D	**8.** B	**9.** A	**10.** C
11. E	**12.** C	**13.** C	**14.** D	**15.** E
16. A	**17.** C	**18.** C	**19.** E	**20.** D
21. C	**22.** C	**23.** E	**24.** B	**25.** E

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (4 марта 2017 г.)

Фамилия, имя, отчество   Код

______________________________   *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Предел $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n+1}\displaystyle\int_0^n \operatorname{arctg} x\,dx$ равен

A 0

B 1

C $\dfrac{\pi}{2}$

D π

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

2. Предел $\lim\limits_{x\to e} \dfrac{e^x - x^e}{(x-e)^2}$ равен

A $\dfrac{e^{e-1}}{2}$

B $2e^2$

C $\dfrac{(e-1)^e}{2}$

D e^e

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

3. Дана функция $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$ на своей естественной области определения. Функцией, обратной к $f(x)$, является функция

A $g(x) = \dfrac{1}{x+2}$

B $g(x) = \dfrac{2x+1}{x}$

C $g(x) = \dfrac{x+2}{x-2}$

D $g(x) = x-2$

E функция, отличная от перечисленных в A, B, C, D, или функция $f(x)$ не имеет обратной функции

4. Предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\cos\frac{x}{n}+\sin\frac{2x}{n}\right)^n$ равен

A e

B e^{2x}

C 1

D $e^x/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

5. Интеграл $\int_{-2}^{2}\max\{x,x^2\}dx$ равен

A $\frac{31}{6}$

B $\frac{16}{3}$

C $\frac{11}{2}$

D $\frac{17}{3}$

E числу, отличному от A, B, C, D, или не существует

6. Пусть $f(x)$ — непрерывная строго возрастающая функция, определённая на отрезке $[0,1]$. Какие из следующих утверждений (I, II, III) являются *истинными*?

I. Производная функции $f(x)$ положительна во всех точках, в которых функция $f(x)$ дифференцируема.

II. Функция $f(x)$ интегрируема по Риману на отрезке $[0,1]$.

III. Уравнение $f(x)=xf(0)+(1-x)f(1)$ имеет единственное решение относительно неизвестной величины $x\in[0,1]$.

A только I

B только II

C только I и III

D только II и III

E I, II и III

7. Интеграл $\int_{-1}^{1}t^2\sqrt{1+t^3}\,dt$ равен

A $\frac{\sqrt{2}}{9}$

B $\frac{2\sqrt{2}}{9}$

C $\frac{3\sqrt{2}}{9}$

D $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

8. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$ равен

A $\dfrac{1}{4}$

B $\dfrac{1}{2}$

C $\dfrac{3}{4}$

D 1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

9. Предел $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\alpha\displaystyle\int_{-\alpha}^{1+\alpha}\frac{dx}{1+x^2+\alpha^2}$ равен

A $\dfrac{\pi}{4}$

B $\dfrac{\pi}{2}$

C $\dfrac{3\pi}{4}$

D π

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

10. Функция $u=x-2y+2z$ при ограничении $x^2+y^2+z^2=1$

A достигает глобального максимума, равного 1

B достигает глобального максимума, равного 2

C достигает локального максимума, равного 3

D имеет чётное число локальных максимумов

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

11. Даны матрицы A размера $m\times n$ и B размера $n\times m$, где $m\leqslant n$. Тогда

A $AB=BA$

B если $AB=0$, то $BA=0$

C если AB невырожденная, то и BA невырожденная

D если AB вырожденная, то и BA вырожденная

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Дана квадратная кососимметричная матрица A порядка $n\geqslant 2$. Через X^T обозначим матрицу, транспонированную к матрице X, и через $\det X$ обозначим определитель матрицы X. Тогда

A $\det A^T=(-1)^n\det A$

B $\det A=0$

C если $\det A=0$, то n нечётное

D квадратичная форма x^TAx является знакопеременной

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

13. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Тогда

A матрица A имеет собственное число 0

B матрица A имеет ровно два разных собственных числа

C геометрическая кратность одного из собственных чисел больше, чем алгебраическая

D геометрические кратности всех собственных чисел матрицы A совпадают с алгебраическими

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Даны матрица $A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & \alpha \\ \alpha & \alpha & 1+\alpha \end{pmatrix}$ и столбец $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, где α — вещественный параметр. Найдите *ложное* утверждение

A при всех α система $Ax = b$ имеет решение

B существует α, при котором система $Ax = b$ имеет единственное решение

C существует α, при котором множество решений системы $Ax = b$ одномерное

D существует α, при котором множество решений системы $Ax = b$ двумерное

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

15. Дана матрица $\begin{pmatrix} 1+\alpha & 2 & 0 \\ 2 & 4-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$, где α — вещественный параметр. Множество значений α, для которых эта матрица положительно определена, есть

A $(0, 1)$

B $(0, 2)$

C $(0, 3)$

D $(0, 4)$

E $(0, +\infty)$

16. Пять абитуриентов сдают вступительный экзамен. Поскольку их работы потеряны, решено выставить баллы случайным образом: сначала жеребьёвкой определяется место участника, а затем абитуриент i получает $5 - i$ баллов. Но чтобы внести элемент справедливости, проводится две жеребьёвки мест участников. Какова вероятность того, что по сумме двух жеребьёвок все получат одинаковые баллы?

A 1/120

B 1/240

C 1/60

D 1/2

E значению, отличному от перечисленных в A, B, C, D

17. Цена акции в конце каждого года независимо от прошлого увеличивается на $x\%$ $(x > 2)$ с вероятностью $1/2$ и уменьшается на $(x - 2)\%$ с вероятностью $1/2$. Какому из предложенных вариантов может быть равен x, если через 3 года с вероятностью более 80% кумулятивная доходность акции оказывается ниже 11%?

A 10

B 15

C 5

D 13

E невозможно определить из данной информации

18. Про две случайные величины X и Y известно, что $\mathbf{corr}(X, Y) > 0$. Через $\mathbf{corr}(X, Y)$, $\mathbf{E}\,X$, $\mathbf{Var}\,X$ обозначаются коэффициент корреляции величин X и Y, математическое ожидание и дисперсия величины X соответственно. Тогда

A $(\mathbf{E}\,X - \mathbf{E}\,Y)^2 > (\mathbf{E}\,X)^2 - (\mathbf{E}\,Y)^2$

B $(\mathbf{E}\,X)^2 + (\mathbf{E}\,Y)^2 \leqslant 2\,\mathbf{E}\,X\,\mathbf{E}\,Y$

C $\mathbf{Var}(X + Y) \leqslant \sqrt{2}(\mathbf{Var}\,X + \mathbf{Var}\,Y)$

D случайные величины X и Y имеют гауссовское распределение

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Три рейтинговых агентства оценивают вероятность дефолта компаний. Первая выставляет 20% рейтингов, вторая — 10%, а третья — 70%. Отношение агентств к «плохим» компаниям (ПК) различно: первая может случайным образом выставить им инвестиционный рейтинг (ИР) в 40% случаев, вторая — в 10%, а третья — в 70%. Найти вероятность того, что ПК, случайно выбирая рейтинговое агентство в соответствии с их представительством на рынке, получит ИР.

A 0.5

B 0.58

C 0.64

D 0.72

E невозможно определить из данной информации

20. Известно, что аудитор обнаруживает нарушения у действительно нарушившей правила фирмы в 90% случаев. Какова вероятность того, что среди пяти фирм-нарушителей будет обнаружено менее половины?

A менее 1%

B между 1% и 5%

C между 5% и 10%

D между 10% и 20%

E более 20%

21. Вы купили облигацию X, которая может оказаться «хорошей» с вероятностью 0.6 или «плохой» с вероятностью 0.4. «Хорошая» облигация с вероятностью 0.9 через год выплатит 100, а с вероятностью 0.1 не выплатит ничего. «Плохая» облигация через год с вероятностью s выплатит 100, а с вероятностью $1 - s$ не выплатит ничего. Чему равняется s, если условная вероятность быть хорошей при условии выплаты 100 равна 0.8?

A 0.2875

B 0.3375

C 0.3875

D 0.4375

E значению, отличному от перечисленных в A, B, C, D

22. Известно, что решающая статистика для проверки некоей гипотезы H_0 против альтернативной гипотезы H_1 подчиняется равномерному распределению на отрезке $[-1, 1]$ при условии, что верна гипотеза H_0, и стремится к минус бесконечности, если верна гипотеза H_1. Значение статистики по выборке равно -0.5. Тогда гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_1 на

A 1%-ном уровне значимости

B 2.5%-ном уровне значимости, но не на 1%-ном уровне значимости

C 5%-ном уровне значимости, но не на 2.5%-ном уровне значимости

D 10%-ном уровне значимости, но не на 5%-ном уровне значимости

E не отвергается на 10%-ном уровне значимости

23. Выборочное среднее данных из нормальной генеральной совокупности равно $\overline{x} = 7$. Известно, что истинное стандартное отклонение равно 16. Начиная с какого размера выборки на 5%-ном уровне значимости можно отвергнуть гипотезу о том, что математическое ожидание данной нормальной генеральной совокупности равно 5 против альтернативы о том, что оно не равно 5? (*Указание*: Двусторонний 95%-ный квантиль стандартного нормального распределения равен 1.96).

A 13

B 58

C 121

D 246

E ни с какого размера

24. Функция $f(x) = \dfrac{e^x}{3 + 4x^2}$

A достигает наибольшего значения на $\boldsymbol{R}$

B достигает наименьшего значения на $\boldsymbol{R}$

C строго возрастает на всем множестве $\boldsymbol{R}$

D строго убывает на всем множестве $\boldsymbol{R}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

25. Пусть функция $f\colon [0,1] \to \boldsymbol{R}$ непрерывна на отрезке $[0,1]$. Тогда существует значение $x \in [0,1]$, такое что

A $\quad f(x) = f(0) + f(1)$

B $\quad 2f(x) = f(0) + f(1)$

C $\quad f(x)^2 = f(0)f(1)$

D $\quad f(x)^2 = f(0)^2 + f(1)^2$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 4 марта 2017 г. для прикладных программ

Код 00000

1. C	**2.** A	**3.** B	**4.** B	**5.** C
6. D	**7.** D	**8.** B	**9.** B	**10.** C
11. D	**12.** A	**13.** E	**14.** B	**15.** C
16. A	**17.** C	**18.** E	**19.** B	**20.** A
21. B	**22.** E	**23.** D	**24.** E	**25.** B

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (17 июня 2017 г.)

Фамилия, имя, отчество ______________________ Код *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \dfrac{1}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$$

Тогда

- A функция $f(x)$ непрерывна, но не дифференцируема в точке 0
- B функция $f(x)$ периодическая
- C $f'(x) \to +\infty$ при $x \to +\infty$
- D график функции $f(x)$ имеет асимптоту
- E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

2. Пусть при всех $x \in \boldsymbol{R}$ у функции $f(x)$ существует производная $f'(x)$, являющаяся непрерывной функцией от x, и выполняется равенство $f'(x) = -f'(-x)$. Тогда функция $f(x)$

- A чётная
- B нечётная
- C ограниченная на $\boldsymbol{R}$
- D достигает наименьшего или наибольшего значения на $\boldsymbol{R}$ в точке $x = 0$
- E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

3. Даны квадратные матрицы A и B порядка $n \geqslant 2$. Через I и 0 обозначаются единичная и нулевая матрицы соответственно. Тогда

- A если $AB = BA$, то $A = B$
- B если $AB = 0$, то $A = 0$ или $B = 0$
- C если $AB = I$, то и $BA = I$
- D если $AB = A$, то $B = I$
- E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

4. Дана ортогональная матрица A порядка $n \geqslant 2$. Через $\det X$ обозначим определитель матрицы X. Тогда

A $(\det A)^2 = \det A$

B если $\det A > 0$, то n чётное

C если $\det A < 0$, то n нечётное

D $(\det A)^2 = 1$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Через b обозначим столбец длины 3. Тогда

A при всех b система $Ax = b$ имеет решение

B при всех b система $Ax = b$ имеет не более одного решения

C при всех b, для которых система $Ax = b$ имеет решение, размерность множества решений равна 1

D при всех b, для которых система $Ax = b$ имеет решение, размерность множества решений равна 2

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

6. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Выберите *ложное* утверждение

A матрица A имеет собственное число 1

B матрица A имеет собственное число 2

C матрица A имеет собственное число 3

D матрица A имеет ровно два разных собственных числа

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

7. Предел $\lim\limits_{x \to 0} \left(\sqrt{1+x} - x\right)^{1/x}$ равен

A $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$

B $\sqrt{e}$

C $2e$

D e^2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

8. Функция $f(x)$ задана и непрерывна на интервале (a, b). Тогда

A образом любого интервала $(c, d) \subset (a, b)$ при отображении $f(x)$ является интервал

B образом любого полуинтервала $[c, d) \subset (a, b)$ при отображении $f(x)$ является полуинтервал, включающий левый конец и не включающий правый

C образом любого полуинтервала $(c, d] \subset (a, b)$ при отображении $f(x)$ является полуинтервал, включающий правый конец и не включающий левый

D образом любого отрезка $[c, d] \subset (a, b)$ при отображении $f(x)$ является отрезок

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

9. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[m]{1-mx}-\sqrt[n]{1-nx}}{x^2}$ равен

A $n-m$

B $\dfrac{n-m}{2}$

C $\dfrac{n-m}{4}$

D $\dfrac{n-m}{6}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

10. Задана функция

$$f(x)=\begin{cases}x^2+x+1, & \text{если } x\leqslant 1,\\ ax+b, & \text{если } x>1.\end{cases}$$

Тогда функция $f(x)$ дифференцируема на всей числовой прямой, если

A $a=3, b=0$

B $a=2, b=1$

C $a=3/2, b=3/2$

D $a=1, b=2$

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не обеспечивает дифференцируемости функции $f(x)$

11. Выберите истинное утверждение.

A дисперсия случайной величины не меньше, чем её стандартное отклонение

B функция плотности распределения случайной величины не может быть периодической

C для любых случайных величин X, Y выполнено равенство $\mathbf{corr}(X,Y)=\mathbf{corr}(-X,Y)$, где $\mathbf{corr}(X,Y)$ — коэффициент корреляции случайных величин X, Y

D значение функции плотности распределения не превышает единицу

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Имеется две монеты, одна из которых правильная, а одна неправильная: шанс выпадения «орла» при её однократном подбрасывании равен 0.8. Студент наугад выбрал монету, два раза подбросил её, и оба раза выпал «орёл». Вероятность того, что выбранная студентом монета неправильная равна (с точностью до двух знаков после десятичной точки)

A 0.72

B 0.64

C 0.82

D 0.90

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

13. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинные?

I. Если функция $f(x)$ имеет производную, а функция $g(x)$ не имеет производной в некоторой точке, то функция $f(x) + g(x)$ не имеет производной в этой точке.
II. Если функция $f(x)$ имеет производную, а функция $g(x)$ не имеет производной в некоторой точке, то функция $f(x)g(x)$ не имеет производной в этой точке.
III. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ не имеют производной в некоторой точке, то функция $f(x)g(x)$ не имеет производной в этой точке.

A только I

B только I, II

C только I, III

D I, II, III

E ни одно из утверждений I, II, III не является истинным

14. На основе выборки объёма $n = 20$ построен стандартный 95%-ный доверительный интервал $I = (63.6, 95.4)$ для среднего значения m нормальной генеральной совокупности. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинные?

I. Выборочное среднее является серединой интервала I.
II. $\mathbf{P}\{m \in (63.6, 95.4)\} = 0.95$.
III. Использованный метод построения даёт нам 95%-ную уверенность в том, что полученный интервал содержит среднее генеральной совокупности.

A только I

B только I и II

C только I и III

D I, II, III

E ни одно из утверждений I, II, III не является истинным

15. Производитель микросхем утверждает, что среднее время работы микросхемы равно 20 мес. Стандартное отклонение времени работы микросхемы равно 2.3 мес. Вы сомневаетесь в утверждении производителя, считая, что он даёт завышенное значение среднего времени работы. Вы протестировали $n = 25$ микросхем и получили стандартный 95%-ный доверительный интервал $(17.8, 19.6)$ для среднего времени работы микросхемы. На основании этого результата вы отвергли утверждение производителя. Однако позже вы получили достоверную информацию о том, что производитель всё же прав. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинные?

I. Вероятность того, что производитель прав, равна 0.95.
II. Вы совершили ошибку первого рода.
III. Вероятность ошибки второго рода вашего теста равна 0.05.

A только I

B только II

C только III

D только I и II

E только II и III

16. Среди 1500000 подписчиков журнала «Новости статистики» 650000 женщин и 850000 мужчин. Известно, что рекламу в этом журнале читают 45% женщин и 55% мужчин. Случайно выбирается 300 человек среди подписчиков журнала. Чему равно среднее значение читателей рекламы в выборке?

A 152

B 140

C 131

D 164

E числу, отличному от перечисленные в A, B, C, D

17. Известно, что цена акции на фондовом рынке определяется каждый день в течение месяца и может принимать только целые значения. Также известно, что каждый раз на следующий день она с вероятностью 25% увеличивается на единицу, с вероятностью 25% уменьшается на единицу и вероятностью 50% остается прежней. Тогда вероятность, что через три дня она будет выше, чем сегодня,

A не больше 25%

B больше 25%, но не больше 30%

C больше 30%, но не больше 35%

D больше 35%, но не больше 40%

E больше 40%

18. Интеграл $\int_0^1 \operatorname{arctg}(\sqrt{x}\,)\,dx$ равен

A $\pi/2$

B $\pi/2-1$

C $\pi/2+1$

D π

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

19. Интеграл $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1}\,dx$ равен

A $1+\pi/2$

B $1-\pi/2$

C $2+\pi/2$

D $2-\pi/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

20. Дана функция $f(x)=|2x^2-5x-3|$. Выберите *ложное* утверждение.

A функция $f(x)$ имеет нечётное число локальных максимумов

B функция $f(x)$ имеет чётное число локальных минимумов

C наименьшее значение функции $f(x)$ равно нулю

D значение функции $f(x)$ в одной из точек локального максимума равно $49/9$

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

21. Интеграл $\int_1^2 |6x^2 + x - 2|\, dx$ равен

A $\quad 21/2$

B $\quad 23/2$

C $\quad 25/2$

D $\quad 27/2$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

22. Интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 3x + 2}$ равен

A $\quad \ln(1/3)$

B $\quad \ln(2/3)$

C $\quad \ln(4/3)$

D $\quad \ln(5/3)$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

23. Интеграл $\int_0^1 x^2 e^{-x}\, dx$ равен

A $\quad 5 + 2/e$

B $\quad 1 + 3/e$

C $\quad 2 - 5/e$

D $\quad 3 - 1/e$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

24. Интеграл $\int_0^1 x \ln(x+1)\, dx$ равен

A $\quad 1/2 + \ln 2$

B $\quad 1/4$

C $\quad \ln 2$

D $\quad 1$

E $\quad$ числу, отличному от A, B, C, D, или не существует

25. Функция $f(x) = -x^3 + 2x^2 - x$, определенная на множестве $[0, +\infty)$,

A $\quad$ достигает глобального максимума при $x = 0$

B $\quad$ достигает глобального минимума при $x = 1/3$

C $\quad$ имеет точку перегиба на графике при $x = 1/3$

D $\quad$ достигает локального минимума при $x = 1$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 17 июня 2017 г. для прикладных программ

Код 00000

1. D	**2.** A	**3.** C	**4.** D	**5.** C
6. D	**7.** A	**8.** D	**9.** B	**10.** A
11. B	**12.** A	**13.** A	**14.** C	**15.** B
16. A	**17.** C	**18.** B	**19.** D	**20.** D
21. D	**22.** C	**23.** C	**24.** B	**25.** A

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2017)

Фамилия, имя, отчество Код

00000

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Вектор $x = (1, -2, 1)^T$ является собственным вектором матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 4 & 1 & 2 \\ d & e & f \end{pmatrix}.$$

Тогда x является собственным вектором матрицы A^3 и соответствует собственному числу

A 16

B -8

C 1

D 8

E -1

2. Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$ трактуется как линейный оператор в $\boldsymbol{R}^2$. Какие из векторов $x_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$, $x_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ принадлежат образу этого оператора?

A только x_1

B только x_2

C только x_1 и x_2

D только x_2 и x_3

E x_1, x_2 и x_3

3. Векторы x_1, x_2, x_3 образуют базис в линейном пространстве $\boldsymbol{R}^3$. Тогда

A векторы $y_1 = x_1 + x_2$, $y_2 = x_2 + x_3$, $y_3 = x_1 + x_3$ образуют базис в $\boldsymbol{R}^3$

B векторы $y_1 = x_1 - x_2$, $y_2 = x_2 - x_3$, $y_3 = x_3 - x_1$ образуют базис в $\boldsymbol{R}^3$

C векторы $y_1 = x_1 - x_2$, $y_2 = x_2 + x_3$ образуют базис в $\boldsymbol{R}^3$

D векторы $y_1 = x_1$, $y_2 = x_2 - x_3$, $y_3 = x_2 + x_3$, $y_4 = x_3$ образуют базис в $\boldsymbol{R}^3$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

4. Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ равен

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

5. Функции $f(x)$, $g(x)$ заданы и равномерно непрерывны на множестве $[1, +\infty)$. Какие из утверждений (I, II, III) являются истинными?

I. Если функции $f(x)$, $g(x)$ ограничены на $[1, +\infty)$, то функция $f(x)g(x)$ равномерно непрерывна на $[1, +\infty)$.

II. Если $g(x) > 0$ при всех $x \in [1, +\infty)$, то функция $f(x) \ln g(x)$ равномерно непрерывна на $[1, +\infty)$.

III. Если $g(x) > 1/2$ при всех $x \in [1, +\infty)$, то функция $f(x)/g(x)$ равномерно непрерывна на $[1, +\infty)$.

A только I

B только I и II

C только I и III

D I, II и III

E ни одно из утверждений I, II, III

6. Функция $f(x)$ задана равенствами

$$f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & \text{при } |x| \leqslant 1, \\ 1/|x|, & \text{при } |x| > 1. \end{cases}$$

Тогда функция $f(x)$ дифференцируема при всех $x \in \boldsymbol{R}$, если

A $a = 3/2$, $b = -1/2$

B $a = 1/2$, $b = 1/2$

C $a = 2$, $b = -1$

D $a = 5/2$, $b = -3/2$

E ни один из вариантов A, B, C, D не обеспечивает дифференцируемости функции $f(x)$ при всех $x \in \boldsymbol{R}$

7. Предел $\lim\limits_{x \to 0+} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$ равен

A 0

B 1/2

C 1/3

D 1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

8. Кривая задана уравнением $x^2 + y^3 = 2$. Уравнение касательной, проведённой к этой кривой через точку $(1, 1)$, есть

A $y = \frac{1}{3}(5 - 2x)$

B $y = \frac{1}{2}(5 - 3x)$

C $y = \frac{1}{3}(2x + 1)$

D $y = \frac{1}{2}(3x - 1)$

E уравнение, отличное от перечисленных в A, B, C, D, или касательной не существует

9. Площадь фигуры, образованной при пересечении прямой $y = x$ и кривой $y = 2x^2$, равна

A $1/3$

B $1/4$

C $1/8$

D $1/24$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или соответствующая область не существует

10. Интеграл $\int_0^1 (xe^{1-x})dx$ равен

A $e - 2$

B $e - 1$

C e

D $1/e$

E числу, отличному от A, B, C, D, или не существует.

11. Функция $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$ при $x \in \boldsymbol{R}$

A ограничена снизу

B имеет локальный минимум

C нечетная

D имеет конечный предел при $x \to -\infty$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 + n^2 + n + 1} - \sqrt{n^4 + 1}\right)$ равен

A 0

B $1/2$

C 1

D 2

E числу, отличному от A, B, C, D, или не существует

13. Дана функция двух переменных $f(x, y) = x^2y^2(4 - x^2)(4 - y^2)$, заданная внутри квадрата $Q = \{(x, y)\colon |x| \leqslant 2, |y| \leqslant 2\}$. Выберите ложное утверждение:

A функция $f(x, y)$ достигает наибольшего значения на Q в четырех точках

B функция $f(x, y)$ достигает наименьшего значения на Q в четырех точках

C функция $y(x)$ обладает локальным минимумом в точке $(x, y) = (0, 0)$

D значение функции $y(x)$ в точках локального максимума равно 16

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Предел

$$\lim_{\varepsilon \to 0+} \int_{\varepsilon}^{1} (\ln x)^2 \, dx$$

равен

A $1/2$

B 1

C 2

D 4

E другому числу либо не существует.

15. Определенный интеграл

$$\int_{e^{\pi/6}}^{e^{\pi/3}} \frac{\sin(\ln t)}{t} \, dt$$

равен

A $\dfrac{1}{2}$

B $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C $\dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}$

D $\dfrac{\sqrt{3} + 1}{2}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D или не существует

16. 25% студентов третьего курса Университета изучают статистику, 38% — эконометрику, 46% изучают статистику или эконометрику или обе дисциплины. Оказалось, что случайно выбранный студент изучает статистику. Тогда вероятность того, что он изучает эконометрику, равна

A 0.56

B 0.83

C 0.68

D 0.26

E указанная вероятность не может вычислена на основе имеющейся информации

17. Пусть X и Y — нормальные случайные величины, их математические ожидания и дисперсии равны $\mathbf{E}(X) = 4$, $\mathbf{E}(Y) = 2$, $\mathbf{Var}(X) = 4$, $\mathbf{Var}(Y) = 9$. Тогда дисперсия $\mathbf{Var}(2X + 3Y)$ равна

A 35

B 97

C 105

D 13

E указанная дисперсия не может вычислена на основе имеющейся информации

18. В таблице приведено распределение случайной величины X:

X	2	3	4	8
$p(X)$	0.10	0.30	?	?

Известно, что математическое ожидание $\mathbf{E}(X) = 5.10$. Тогда вероятности $p(4)$ и $p(8)$ равны

A 0.20 и 0.40

B 0.17 и 0.43

C 0.10 и 0.50

D 0.15 и 0.45

E числам, отличным от перечисленных в A, B, C, D

19. A и B — случайные события, их вероятности $\mathbf{P}(A) = 0.7$, $\mathbf{P}(B) = 0.6$. Тогда вероятность их пересечения $\mathbf{P}(AB)$ *не может быть равна*

A 0.5

B 0.6

C 0.4

D 0.2

E указанная вероятность может быть равна любому из чисел, перечисленных в A, B, C, D.

20. При тестировании нулевая гипотеза отвергнута на 5%-ном уровне значимости в пользу альтернативной гипотезы. Тогда

A вероятность того, что альтернативная гипотеза верна, равна 0.05

B только 95% данных являются значимыми

C нулевая гипотеза должна быть отвергнута на 1%-ном уровне значимости

D нулевая гипотеза должна быть отвергнута на 10%-ном уровне значимости

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

21. Случайная величина X имеет нормальное распределение, её математическое ожидание $\mathbf{E}(X) = 2$, дисперсия $\mathbf{Var}(X) = 9$. Тогда математическое ожидание $\mathbf{E}(X(X + 2))$ равно

A 13

B 17

C 19

D 21

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

22. Дана функция $f(x, y) = x^2 + y^2$ и множество $M = \{(x, y)\colon x^2 + 3y^2 = 4\}$. Тогда

A число локальных минимумов функции $f(x, y)$ на множестве M нечётно

B точка $(1, 1)$ является точкой локального максимума функции $f(x, y)$ на множестве M

C наименьшее значение функции $f(x, y)$ на множестве M равно $4/3$

D функция $f(x, y)$ на множестве M достигает наибольшего значения ровно в четырёх точках

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

23. Функция $f(x)$ задана и непрерывна на $(-\pi/2, \pi/2)$, причём $f(x) = \dfrac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$ при $x \neq 0$. Тогда

A $f(0) = 1/2$

B $f(0) = 1$

C $f(0) = 3/2$

D $f(0) = 2$

E $f(0)$ не равно ни одному из чисел, перечисленных в A, B, C, D

24. Функция $f(x) = 2x^2 + 2x^3 - x^4$, определенная при всех $x \in \boldsymbol{R}$,

A достигает глобального минимума при $x = 0$

B достигает глобального максимума при $x = \dfrac{1}{2}$

C достигает локального максимума при $x = 2$

D достигает локального максимума при $x = 0$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

25. Функция $f(x)$ при $x \in \boldsymbol{R}$ задается равенством

$$f(x) = \int_x^{x^2} g(t)dt,$$

где g — непрерывная функция, такая что $g(t) > 0$ при всех $t \in \boldsymbol{R}$. Тогда функция $f(x)$

A достигает локального минимума при $x = 0$

B достигает глобального максимума при $x = 1$

C достигает глобального минимума при некотором $x \in (0, 1)$

D достигает локального максимума при некотором $x \in (0, 1)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2017 г. для прикладных программ

Код 00000

1. B	**2.** C	**3.** A	**4.** D	**5.** C
6. A	**7.** D	**8.** A	**9.** D	**10.** A
11. C	**12.** B	**13.** B	**14.** C	**15.** C
16. C	**17.** E	**18.** A	**19.** D	**20.** D
21. B	**22.** C	**23.** A	**24.** C	**25.** C

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (3 марта 2018 г.)

Фамилия, имя, отчество ________________________________ Код *00000* ____________

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Предприятие изготавливает прибор, состоящий из трёх блоков, которые поступают на предприятие от независимых поставщиков. Вероятность неисправности первого блока равна 0.1, второго — 0.2, третьего — 0.3. Чему равен процент бракованных приборов (укажите ближайшее число)?

A 40%

B 45%

C 50%

D 55%

E 60%

2. Уровень безработицы среди жителей некоторого региона равен 8.3%. Случайным образом выбраны 300 жителей этого региона и на основании опроса построены стандартные 90%- и 95%-ный доверительные интервалы для уровня безработицы. Какие из следующих утверждений являются истинными?

I. Центром 95%-ного интервала является число 8.3.
II. 90%-ный интервал содержит число 8.3.
III. Длина 90%-ного интервала меньше длины 95%-ного интервала.

A только I и II

B только II

C только I и III

D I, II, III

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не дает правильный набор ответов

3. Правильный кубик подбрасывается до тех пор, пока не появится «6». Вероятность того, что потребуется, по крайней мере, четыре подбрасывания равна (укажите ближайшее число)

A 0.58

B 0.48

C 0.69

D 0.36

E 0.72

4. Дана функция $f(x,y) = 3x + 4y$ и множество $M = \{(x,y)\colon x^2 + y^2 = 25\}$. Тогда

A наибольшее значение функции $f(x,y)$ на множестве M равно 25

B функция $f(x,y)$ достигает наибольшего значения на множестве M в двух точках

C наименьшее значение функции $f(x,y)$ на множестве M равно -20

D функция $f(x,y)$ не ограничена снизу на множестве M

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

5. Наибольшее значение функции $f(x) = (x-3)^2 e^x$ на отрезке $[-1, 4]$ равно

A $16e$

B e^3

C e^4

D 9

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

6. Для каждого натурального n задана функция $f(x) = \left(1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \ldots + \dfrac{x^n}{n!}\right) e^{-x}$. Тогда

A при каждом n точка $x = 0$ является точкой локального экстремума (минимума или максимума) функции $f(x)$

B при каждом n уравнение $f(x) = 0$ имеет не более одного решения

C при каждом n функция $f(x)$ не убывает на множестве $(0, +\infty)$

D если n нечётное, то функция $f(x)$ убывает на множестве $(-\infty, 0)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

7. Функция $f\colon \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$ имеет непрерывную вторую производную при всех $x \in \boldsymbol{R}$. Кроме того известно, что $f(0) = f'(0) = 0$, $f(1) = f'(1) = 1$. Найдите *ложное* утверждение.

A функция $f(x)$ имеет локальный минимум в точке $x = 0$

B график функции $f(x)$ имеет точку перегиба

C существует $x \in (0,1)$, для которого $f'(x) = 1$

D существует $x \in (0,1)$, для которого $f'(x) = \dfrac{1}{2}$

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

8. Интеграл $\displaystyle\int_0^2 |x(1-x)|\,dx$ равен

A $\dfrac{2}{3}$

B $\dfrac{5}{6}$

C 1

D $\dfrac{4}{3}$

E величине, отличной от A, B, C, D, или не существует

9. Предел

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}\right)$$

равен

A $-\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{2}$

C 1

D 0

E величине, отличной от A, B, C, D, или не существует

10. В шахматном клубе 4 игрока: 2 сильных и 2 слабых. В партии между двумя игроками одного уровня с равными вероятностями может произойти один из трех исходов: ничья, выигрыш одного или другого игрока. Если слабый шахматист играет с сильным, то с вероятностью $1/2$ выиграет сильный и с вероятностью $1/2$ будет ничья. С какой вероятностью партия между двумя случайно выбранными игроками завершится вничью?

A $1/2$

B $4/9$

C $5/12$

D $11/24$

E вероятность отлична от A, B, C, D

11. Функция $f(x) = \min\{x^3, x^5\}$ дифференцируема

A при всех $x \in \boldsymbol{R}$

B при всех $x \in \boldsymbol{R}$, кроме одного значения

C при всех $x \in \boldsymbol{R}$, кроме двух значений

D при всех $x \in \boldsymbol{R}$, кроме трех значений

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Известно, что

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} = 1.$$

Тогда:

A $a = 2, b = 4$

B $a = 4, b = 4$

C $a = 4, b = 8$

D $a = 8, b = 8$

E a и b равны другим числам либо это равенство невозможно ни при каких a и b

13. Функция $u(x, y) = (x+1)^5 + 2x^7y^4$ при ограничении $x^3 + y^2 = 0$

A достигает наибольшего значения, равного $(1+\sqrt[3]{2})^7$

B достигает наибольшего значения, равного $(1-\sqrt[3]{2})^7$

C достигает наибольшего значения, равного $1-(\sqrt[3]{2})^7$

D достигает наибольшего значения, равного $1+(\sqrt[3]{2})^7$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Последовательность $a_n = \dfrac{n^2}{1+n^2}\cos\left(\dfrac{\pi n}{4}\right)$

A имеет две предельные точки

B имеет три предельные точки

C имеет четыре предельные точки

D имеет пять предельных точек

E имеет более пяти предельных точек или не имеет их вообще

15. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)^{2018}-\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)^{2018}}{x}$ равен

A $1\cdot 2017$

B $2\cdot 2018$

C $3\cdot 2019$

D $4\cdot 2020$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо не существует

16. Функция $u(x,y) = x^2+y^2-2xy-x-y$ при ограничении $x-3y=5$

A обладает точкой глобального минимума, в которой равна 2

B обладает точкой глобального минимума, в которой равна 4

C обладает точкой глобального минимума, в которой равна 8

D обладает точкой глобального минимума, в которой равна 16

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

17. Группа обучающихся в автошколе сдает тестирование по правилам дорожного движения в компьютерном классе в ГАИ. Известно, что мужчин в группе в полтора раза больше, чем женщин. Инспектор ГАИ, объявляя результаты, сообщил, что теорию сдали 10% мужчин и 15% женщин. После этого, раздавая распечатки с результатами тестирования, он увидел, что первая распечатка содержала 100% верных ответов. В такой ситуации вероятность того, что эта распечатка принадлежала женщине, равна

A 1/4

B 1/3

C 1/2

D 2/3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

18. Неявная функция $y(x)$ в окрестности точки $(x,y)=(1,0)$ определяется уравнением $e^{xy} = (x^2+y^2)^2$. Производная $\dfrac{dy}{dx}$ в точке $x=1$ равна

A 0

B 1

C 2

D 4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

19. Выберите истинное утверждение (все последовательности состоят из точек числовой прямой):

A если последовательность x_n сходится, причем $x_n \neq \pi \cdot k, k \in \boldsymbol{N}$, то и последовательность $y_n = \operatorname{ctg} x_n$ сходится

B если последовательности x_n и y_n сходятся, то и последовательность $z_n = \max\{x_n, y_n\}$ сходится

C если последовательность x_n сходится, а последовательность z_n такова, что $z_n^2 \leqslant x_n^2$ при всех $n \geqslant 1$, то последовательность z_n также сходится, причем $\left(\lim\limits_{n\to\infty} z_n\right)^2 \leqslant \left(\lim\limits_{n\to\infty} x_n\right)^2$

D если последовательность x_n^2 сходится, то и последовательность x_n сходится

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Сумма $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{9n^2+3n-2}$ равна

A $1/2$

B $1/3$

C $1/4$

D $1/6$

E числу отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

21. Интеграл $\int_{-1/3}^{1/3} \dfrac{dx}{1-x^2}$ равен

A $\ln 2$

B $\ln 3$

C $3\ln 2$

D $2\ln 3$

E числу отличному от перечисленных в A, B, C, D

22. Дана система векторов, принадлежащих $\boldsymbol{R}^3$:

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -10 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}.$$

Наименьшее число векторов, которые необходимо исключить из системы X, чтобы она стала линейно независимой, равно

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

23. Множество решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 4x + 5y + 6z = 7 \end{cases}$$

есть

A $\{(x, y, z)\colon x = z + 3, y = -2z - 1, z \in \boldsymbol{R}\}$

B $\{(x, y, z)\colon x = -2y - 3z + 1, y \in \boldsymbol{R}, z \in \boldsymbol{R}\}$

C $\{(x, y, z)\colon x = 2, y = 1, z = -1\}$

D $\{(x, y, z)\colon x = (7 - 5y - 6z)/4, y \in \boldsymbol{R}, z \in \boldsymbol{R}\}$

E ни одно из множеств, перечисленных в A, B, C, D, не является множеством решений заданной системы

24. Определитель

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

равен

A -1

B 0

C 1

D 2

E 4

25. Дана (вообще говоря несимметричная) матрица

$$A = \begin{pmatrix} \alpha + 1 & \alpha \\ 1 & \alpha \end{pmatrix}.$$

Тогда квадратичная форма $f(x) = x^T Ax$

A положительно определена при всех $\alpha > 0$

B положительно определена при всех $\alpha < 0$

C отрицательно определена при всех $\alpha > 0$

D отрицательно определена при всех $\alpha < 0$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 3 марта 2018 г. для прикладных программ

Код 00000

1. C	**2.** E	**3.** A	**4.** A	**5.** C
6. B	**7.** A	**8.** C	**9.** C	**10.** B
11. C	**12.** B	**13.** E	**14.** D	**15.** B
16. B	**17.** C	**18.** D	**19.** B	**20.** D
21. A	**22.** D	**23.** A	**24.** D	**25.** E

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (16 июня 2018 г.)

Фамилия, имя, отчество Код

_________________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2\left(e^{1/x}-e^{1/(x+1)}\right)\right)$ равен

A 0

B 1

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

2. Функция $f(x)$ определяется соотношением

$$f(x)=\begin{cases}7x^2+3, & x\leqslant 1,\\ p(x), & x>1,\end{cases}$$

где $p(x)$ — многочлен. Наименьшая степень многочлена $p(x)$, для которого функция $f(x)$ а) непрерывна на $\boldsymbol{R}$, б) дифференцируема на $\boldsymbol{R}$, равна

A а) 0, б) 1

B а) 1, б) 3

C а) 1, б) 2

D а) 2, б) 2

E числам, отличным от перечисленных в A, B, C, D

3. Есть две монеты, одна правильная, другая со смещением: вероятность выпадения «герба» при её однократном подбрасывании равна 0.7. Наугад выбирается монета и подбрасывается два раза. Оба раза выпал «герб». Вероятность того, что выбранная монета правильная, равна (укажите ближайшее число)

A 0.20

B 0.26

C 0.34

D 0.39

E 0.45

4. Концы стержня длиной 5 м могут свободно скользить по двум направляющим, горизонтальной и вертикальной, расположенным в одной плоскости. В начальный момент времени стержень расположен вертикально. Конец стержня, расположенного на горизонтальной направляющей, начинает двигаться с постоянной скоростью 3 м/сек от точки пересечения направляющих. Абсолютное значение скорости второго конца стержня через одну секунду после начала движения равно

A $9/4$ м/сек

B $7/5$ м/сек

C 2 м/сек

D $3/2$ м/сек

E величине, отличной от перечисленных в A, B, C, D

5. Множество решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ \alpha x + y + z = \alpha \\ \alpha x + \alpha y \phantom{{}+z} = 0 \end{cases}$$

является пустым

A ни при каких $\alpha \in \boldsymbol{R}$

B только при $\alpha = 0$

C только при $\alpha = 1$

D только при $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$

E при всех $\alpha \in \boldsymbol{R}$

6. Дана система векторов

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Какие из следующих утверждений (I, II, III, IV) истинные?

I. Любая подсистема системы X, состоящая из одного вектора, линейно независимая.
II. Любая подсистема системы X, состоящая из двух векторов, линейно независимая.
III. Любая подсистема системы X, состоящая из трёх векторов, линейно независимая.
IV. Система X линейно независимая.

A ни одно из утверждений I, II, III, IV

B только I

C только I и II

D только I, II и III

E все утверждения I, II, III и IV

7. Матрица

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

A имеет единственное вещественное собственное число 0

B имеет единственное вещественное собственное число 1

C имеет только два собственных числа 0 и 1

D имеет только два собственных числа 1 и 2

E имеет три собственных числа 0, 1 и 2

8. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

которая трактуется как линейный оператор в $\boldsymbol{R}^3$, и два вектора

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим через $\operatorname{Ker} A = \{x\colon Ax = 0\}$ — ядро матрицы A и через $\langle x_1, x_2 \rangle$ — линейную оболочку системы векторов $\{x_1, x_2\}$. Тогда

A $\langle x_1, x_2 \rangle$ пересекается с $\operatorname{Ker} A$ по нулевому подпространству

B $\langle x_1, x_2 \rangle$ содержится в $\operatorname{Ker} A$, и они не совпадают друг с другом

C $\operatorname{Ker} A$ содержится в $\langle x_1, x_2 \rangle$, и они не совпадают друг с другом

D $\langle x_1, x_2 \rangle = \operatorname{Ker} A$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

9. При каких α матрица

$$\begin{pmatrix} 2\alpha & 1 & 0 \\ 1 & 2\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & \alpha \end{pmatrix}$$

является отрицательно определенной?

A при $\alpha \in (-1, -1/\sqrt{2})$

B при $\alpha \in (-1/\sqrt{2}, 0)$

C при $\alpha \in (-\infty, -1/\sqrt{2})$

D при $\alpha \in (-1, 0)$

E при $\alpha \in (-\infty, -1)$

10. Дана функция $f(x) = |2x^2 - 3x + 1|$. Выберите *ложное утверждение*:

A функция $f(x)$ имеет нечетное число локальных максимумов

B функция $f(x)$ имеет четное число локальных минимумов

C минимальное значение функции $f(x)$ равно нулю

D значение функции $f(x)$ в одной из точек локального максимума равно $1/9$

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

11. Интеграл $\int_{-1}^{2}(2x+1)e^{-x}\,dx$ равен

A $-3/e^2+e$

B $-5/e^2-e$

C $-7/e^2+e$

D $-9/e^2-e$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

12. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^{3x}$ равен числу e^3, если

A $a=1$

B $a=1/2$

C $a=-1/2$

D $a=-1$

E a равно числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

13. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases} c\cdot x^2, & \text{если } 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 0 & \text{в остальных случаях,}\end{cases}$$

где c — некоторая положительная константа. Тогда дисперсия $\mathbf{Var}(X)$ случайной величины X равна

A $1/80$

B $9/16$

C $3/80$

D $3/5$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

14. Функция $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ при $x\in\boldsymbol{R}\setminus\{-1,1\}$

A достигает локального экстремума ровно в трех точках

B достигает глобального максимума ровно в одной точке

C достигает глобального минимума ровно в одной точке

D принимает все вещественные значения

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

15. Пусть

$$f(x)=\int_{-x}^{x}t^2e^{-t^2}dt.$$

Тогда функция $f(x)$

A достигает наименьшего значения при $x=0$

B достигает наибольшего значения при $x=0$

C имеет точку перегиба на графике при $x=0$

D является выпуклой на промежутке $[0,+\infty)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

16. Интеграл

$$\int_1^3 \frac{x-2}{x+x^2}dx$$

равен

A $\ln\frac{1}{72}$

B $\ln\frac{8}{9}$

C $\ln\frac{9}{8}$

D $\ln 72$

E числу, отличному от A, B, C, D, или не существует

17. Предел

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{\ln x}{\ln(x+1)}\right)x\ln x$$

равен

A 0

B $\ln 2$

C 1

D $1-\ln 2$

E числу, отличному от A, B, C, D, или не существует

18. Пусть $h(x)=g(f(x))$, где $f\colon[a,b]\to[c,d]$ и $g\colon[c,d]\to\boldsymbol{R}$ — заданные функции. Тогда

A если функции $f(x)$ и $g(y)$ монотонные, то функция $h(x)$ монотонная

B если функции $f(x)$ и $g(y)$ немонотонные, то функция $h(x)$ немонотонная

C если функции $f(x)$ и $g(y)$ разрывные, то функция $h(x)$ разрывная

D если каждая из функций $f(x)$ и $g(y)$ имеет не более одной точки разрыва, то функция $h(x)$ обладает тем же свойством

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Функция $f(x)=|\sin(2x)-2\sin x|$, определенная на интервале $(-2\pi,2\pi)$,

A дифференцируема на всем интервале

B не дифференцируема в одной точке

C не дифференцируема в двух точках

D не дифференцируема в трех точках

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Пусть X_1 и X_2 — число очков, выпавших при бросании двух игральных костей. Тогда математическое ожидание суммы выпавших очков при условии, что $X_1=3$, равно

A 6

B 6.5

C 7

D 7.5

E 8

21. Для нормальной генеральной совокупности $N(m, \sigma^2)$ для тестирования гипотезы $H_0\colon m = 5$ против альтернативы $H_1\colon m > 5$ используется стандартный t–тест. Истинное значение m равно 6. Какие из перечисленных ниже величин возрастают при возрастании объёма выборки?

I. Значимость теста.
II. Вероятность ошибки второго рода.
III. Мощность теста.

A   только I

B   только II

C   только III

D   только I и III

E   ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не даёт правильного набора ответов

22. Однократно подбрасываются два игральных кубика. Определяются два случайных события:
$A = \{$число очков, выпавших на первом кубике, является чётным$\}$,
$B = \{$сумма выпавших очков больше 8$\}$. Тогда события A, B являются

A   элементарными событиями

B   независимыми

C   несовместными

D   взаимно дополняющими

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

23. Есть выборка размера 40 из первой генеральной совокупности и выборка объёма 20 из второй генеральной совокупности, у которой среднее значение m такое же как у первой, а стандартное отклонение в два раза больше, чем стандартное отклонение первой генеральной совокупности. Рассматриваются три оценки среднего значения m:

$$\widehat{m}_1 = \overline{x}_1, \quad \widehat{m}_2 = \overline{x}_2, \quad \widehat{m}_3 = \frac{\widehat{m}_1}{2} + \frac{\widehat{m}_2}{3}.$$

Какие из перечисленных ниже утверждений (I, II, III) являются истинными?

I. Все оценки $\widehat{m}_1$, $\widehat{m}_2$, $\widehat{m}_3$ являются несмещёнными оценками параметра m.
II. Оценка $\widehat{m}_1$ эффективнее оценки $\widehat{m}_3$.
III. Оценка $\widehat{m}_3$ эффективнее оценки $\widehat{m}_2$.

A   только I

B   только II

C   только III

D   только II и III

E   ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не даёт правильного набора ответов

24. Известно, что $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ существует, а предел $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ не существует. Тогда

A   предел $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)$ существует

B   предел $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)$ не существует

C   если $f(x) > 0$ в некоторой окрестности точки a, то предел $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)$ не существует

D   если $\lim\limits_{x\to a} f(x) > 0$, то предел $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x)$ не существует

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

25. Предел

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+2\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$$

равен

A $\quad 0$

B $\quad \dfrac{1}{2}$

C $\quad 1$

D $\quad 2$

E $\quad$ числу, отличному от A, B, C, D, или не существует

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 16 июня 2018 г. для прикладных программ

Код 00000

1. B	**2.** A	**3.** C	**4.** A	**5.** A
6. E	**7.** C	**8.** C	**9.** C	**10.** D
11. C	**12.** B	**13.** C	**14.** D	**15.** C
16. B	**17.** C	**18.** A	**19.** C	**20.** B
21. C	**22.** E	**23.** B	**24.** D	**25.** C

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2018)

Фамилия, имя, отчество — Код

_______________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2}{x^2+1}\right)^{\operatorname{tg}\pi x}$ равен

A 0

B 1

C e

D π

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

2. Пусть X и Y — случайные величины, $\mathbf{Var}(X) = 9$, $\mathbf{Var}(Y) = 4$ и $\mathbf{Var}(2X - Y) = 25$, где через $\mathbf{Var}(Z)$ обозначается дисперсия случайной величины Z. Тогда коэффициент корреляции между X и Y равен (укажите ближайшее число)

A 0.625

B 0.483

C 0.345

D 0.296

E -0.564

3. Первообразной функции $f(x) = e^{|x|}$ на всей числовой прямой является функция

A $F(x) = \begin{cases} e^x, & x \geqslant 0, \\ e^{-x}, & x < 0 \end{cases}$

B $F(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \geqslant 0, \\ -e^{-x} + 3, & x < 0 \end{cases}$

C $F(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \geqslant 0, \\ -e^{-x} - 1, & x < 0 \end{cases}$

D $F(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \geqslant 0, \\ e^{-x} - 1, & x < 0 \end{cases}$

E первообразной на всей числовой прямой не существует

4. Система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ x + y + (\alpha - 4)z = 0 \\ \alpha y + \alpha z = 4 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений

A ни при каких $\alpha \in \boldsymbol{R}$

B только при $\alpha = 0$

C только при $\alpha = 2$

D только при $\alpha = 0$ и $\alpha = 2$

E при всех $\alpha \in \boldsymbol{R}$

5. Дана система векторов

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Какие из следующих утверждений (I, II, III, IV) истинные?

I. Любая подсистема системы X, состоящая из одного вектора, линейно зависимая.
II. Любая подсистема системы X, состоящая из двух векторов, линейно зависимая.
III. Любая подсистема системы X, состоящая из трёх векторов, линейно зависимая.
IV. Система X линейно зависимая.

A ни одно из утверждений I, II, III, IV

B только IV

C только III и IV

D только II, III и IV

E все утверждения I, II, III и IV

6. Определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

равен

A 0

B 12

C -12

D 14

E -14

7. Матрица A — симметричная квадратная матрица порядка $n \geqslant 2$. Выберите *ложное* утверждение

A если матрица A отрицательно определена, то матрица A^2 положительно определена

B если матрица A отрицательно полуопределена, то матрица A^2 положительно полуопределена

C если матрица A знакопеременная, то матрица A^2 положительно полуопределена

D если матрица A положительно полуопределена, то матрица A^2 положительно полуопределена

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

8. Матрица

$$\begin{pmatrix} 2/3 & -2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & -2/3 \end{pmatrix}$$

A симметричная

B кососимметричная

C треугольная

D ортогональная

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

9. Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1-\sin x)(\cos^2 x + 1) - \frac{1}{2}\sin 2x}{\cos^2 x}$ равен

A 1

B 2

C $-1/2$

D -1

E равно другому числу либо не существует

10. Случайные величины X и Y имеют совместную плотность распределения

$$f(x,y) = \begin{cases} c \cdot x^\alpha y^\alpha, & \text{если } 0 \leqslant x \leqslant 1, 0 \leqslant y \leqslant 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где c — некоторая положительная константа. Тогда ковариация $\mathbf{cov}(X,Y)$ случайных величин X и Y положительна, если

A $\alpha = 0$

B $\alpha = 1$

C $\alpha = 2$

D $\alpha = 3$

E α равно числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо такого α не существует

11. Станок производит детали, 90% имеют хорошее качество, 5% — удовлетворительное, 5% — неудовлетворительное. Каждая деталь подвергается проверке. Все хорошие детали успешно проходят проверку. Половина удовлетворительных деталей успешно проходят проверку, половина отбраковывается. Все неудовлетворительные детали отбраковываются. Чему равна вероятность того, что деталь, прошедшая проверку, имеет хорошее качество (укажите ближайшее число)?

A 0.98

B 0.96

C 0.94

D 0.92

E 0.90

12. На грани тетраэдра (правильная треугольная пирамида) нанесены цифры 1, 2, 3, 4. Тетраэдр подбрасывается два раза. Обозначим через X_1, X_2 число очков на грани, которой тетраэдр упал на стол при первом и втором подбрасывании, соответственно. Пусть M — максимальное из чисел X_1, X_2. Предполагается, что подбрасывания независимы. Тогда математическое ожидание $\mathbf{E}(M)$ равно

A 23/8

B 25/8

C 13/4

D 15/4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

13. Случайная величина X нормально распределена со средним 5 и стандартным отклонением 3. Тогда математическое ожидание $\mathbf{E}(X(2X+3))$ равно

A 65

B 43

C 83

D 59

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

14. Предел $\lim\limits_{n\to\infty} 2^n \log_2\left(1+\dfrac{1}{2^n}\right)$ равен

A 0

B 1

C $\ln 2$

D $\log_2 e$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

15. Пусть

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+x)}{x}, & \text{при } x > 0, \\ a + bx, & \text{при } x \leqslant 0 \end{cases}$$

(a, b — константы). Тогда функция $f(x)$ дифференцируема на $\boldsymbol{R}$, если

A $a = 1, b = -1/2$

B $a = 1, b = -1$

C $a = 0, b = -1$

D $a = 0, b = 2$

E Ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D не обеспечивает дифференцируемости функции $f(x)$

16. При тестировании нулевой гипотезы H_0 против альтернативы H_1 нулевая гипотеза отвергнута на 5%-ном уровне значимости. Тогда

A мощность теста не ниже 90%

B вероятность нулевой гипотезы H_0 не выше 5%

C вероятность альтернативной гипотезы H_1 не ниже 90%

D нулевая гипотеза H_0 отвергается на 2%-ном уровне значимости

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

17. Пусть A и B — случайные события, $\mathbf{P}(A) = 0.6$, $\mathbf{P}(B) = 0.4$, $\mathbf{P}(A \mid B) = 0.5$. Тогда вероятность $\mathbf{P}(A \cup B)$ равна

A 0.75

B 0.80

C 0.70

D 0.90

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

18. Функция $f(x)$ задана на $[0, +\infty)$ и дифференцируема на $(0, +\infty)$. Тогда

A если $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = 0$, то предел $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ существует

B если предел $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ существует, то $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = 0$

C если график $y = f(x)$ имеет наклонную асимптоту $y = ax + b$, $a \neq 0$, то $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = a$

D если $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = a$, то график $y = f(x)$ имеет наклонную асимптоту $y = ax + b$, $a \neq 0$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Предел $\lim\limits_{x\to\pi/2} \dfrac{\cos x}{\sin 2x}$ равен

A -2

B 2

C $1/2$

D $-1/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

20. Пусть $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x}$. Тогда

A функция $f(x)$ две точки локального максимума

B функция $f(x)$ достигает наименьшего значения

C значение функции $f(x)$ в одной из точек локального минимума равно $3/\sqrt[3]{4}$

D график функции $f(x)$ имеет точку перегиба при $x = 1$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

21. Определенный интеграл $\displaystyle\int_0^1 \ln x \, dx$ равен

A 0

B 1

C $1/e$

D e

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

22. Определенный интеграл $\displaystyle\int_0^1 24x^2(1-x)dx$ равен

A 0

B 1

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

23. Площадь области, заданной неравенствами $y \leqslant x$, $y \geqslant 0$, $y \leqslant 2 - x^2$, равна

A $1/2$

B $5/3$

C $4\sqrt{2}/3$

D $(8\sqrt{2}-7)/6$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

24. Неопределенный интеграл $\displaystyle\int \frac{x^2+1}{x+1}dx$ равен

A $\dfrac{x^3/3 + x}{x+1} + C$

B $\dfrac{(x+1)^2}{2} - 2x + 2\ln|1+x| + C$

C $\dfrac{x^3+1}{(x+1)^2} + C$

D $x^2/2 - x + C$

E функции, отличной от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

25. Неопределенный интеграл $\int x \sin x^2\, dx$ равен

A $-\frac{1}{2}\cos x^2 + C$

B $\frac{1}{2}\cos x^2 + C$

C $\sin\frac{x^2}{2} + C$

D $-\cos\frac{x^2}{2} + C$

E функции, отличной от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2018 г. для прикладных программ

Код 00000

1. B	**2.** A	**3.** B	**4.** C	**5.** A
6. B	**7.** E	**8.** D	**9.** B	**10.** E
11. A	**12.** B	**13.** C	**14.** D	**15.** A
16. E	**17.** B	**18.** E	**19.** C	**20.** C
21. E	**22.** C	**23.** D	**24.** B	**25.** A

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (2 марта 2019 г.)

Фамилия, имя, отчество Код

00000

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. В кафе, расположенном недалеко от студенческого общежития, 35% всех посетителей заказывают горячие блюда, 50% всех посетителей — студенты. Кроме того, 25% посетителей-студентов заказывают горячие блюда. Если случайно выбранный посетитель заказывает горячее блюдо, чему равна вероятность того, что он студент (укажите ближайшее число)?

A 0.44

B 0.40

C 0.36

D 0.32

E 0.28

2. Пусть Z — стандартная нормальная случайная величина. Обозначим события: $A = \{Z > 1\}$, $B = \{Z < -1\}$ и $C = \{Z > 0\}$. Тогда

A события A и B независимы

B события A и C независимы

C события B и C независимы

D события A, B и C независимы

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

3. В университете 20 групп: 16 групп по 25 студентов, 3 группы по 100 студентов и одна группа, в которой 300 студентов; всего 1000 студентов. Из всех студентов наугад выбирается один студент. Пусть X — размер группы, в которой учится выбранный студент. Тогда среднее значение $\mathbf{E}(X)$ равно

A 50

B 100

C 130

D 150

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

4. Какие из утверждений I, II, III является истинными?

I. Если нулевая гипотеза отвергается на 10%-ном уровне значимости, то она отвергается и на 1%-ном уровне значимости.

II. Выбор двусторонней или односторонней альтернативной гипотезы происходит только после сбора данных.

III. Если тест имеет 1%-ный уровень значимости, то вероятность отвергнуть нулевую гипотезу равна 1%.

A ни одно из I, II, III

B только I

C только II

D только III

E I, II и III

5. Какие преобразования наблюдений x и y приводят к изменению выболочного коэффициента корреляции r между ними?

A изменение единиц измерения

B прибавление константы к каждому наблюдению x

C изменение знака каждого наблюдения y

D любое из преобразований A, B, C изменяет величину r

E ни одно из преобразований A, B, C не изменяет величину r

6. Три стрелка одновременно и независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятности попадания в мишень равны 0.3, 0.4 и 0.6. Тогда вероятность того, что ровно две пули попали в мишень равна (укажите ближайшее число)

A 0.45

B 0.54

C 0.32

D 0.38

E 0.48

7. Обозначим через $S(t)$, $t > 0$ площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямой $y = tx$. Тогда производная $S'(2)$ равна

A 1

B 2

C 3

D 4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

8. Предел $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{1/x}$ равен

A 0

B 1

C e

D $1/\sqrt{e}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

9. Пусть $f(x) = (3 - x^2)e^x$. Тогда

A глобальный максимум $f(x)$ при $x \in \boldsymbol{R}$ не достигается

B глобальный максимум $f(x)$ при $x \in \boldsymbol{R}$ достигается и превышает 5

C глобальный минимум $f(x)$ при $x \in \boldsymbol{R}$ достигается и является отрицательным

D глобальный минимум $f(x)$ при $x \in \boldsymbol{R}$ достигается при $x = -3$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

10. Функция $f(x)$ определена на множестве $A = [1, 2] \cup [3, 4]$. Тогда

A если $f(x)$ монотонна на каждом из отрезков $[1, 2]$ и $[3, 4]$, то $f(x)$ монотонна на A

B если $f(x)$ немонотонна на каждом из отрезков $[1, 2]$ и $[3, 4]$, то $f(x)$ немонотонна на A

C если $f(x)$ возрастает на каждом из отрезков $[1, 2]$ и $[3, 4]$, то $f(x)$ — возрастающая функция на A

D если $f(x)$ — невозрастающая на каждом из отрезков $[1, 2]$ и $[3, 4]$, то $f(x)$ — невозрастающая функция на A

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

11. Интеграл $\displaystyle\int_{-1}^{1} xe^{1+x^4}dx$ равен

A 0

B 2

C 4

D $2e^2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

12. Пусть

$$f(x) = \int_0^x \frac{tdt}{\sqrt{1-t}}$$

при $x \in (0, 1)$. Найдите *ложное* утверждение:

A функция $f(x)$ — дифференцируемая на $(0, 1)$

B функция $f(x)$ — возрастающая на $(0, 1)$

C функция $f(x)$ — выпуклая на $(0, 1)$

D функция $f(x)$ — неограниченная на $(0, 1)$

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

13. Известно, что функция $f(x)$, определенная и непрерывно дифференцируемая на всей вещественной оси и отличная от нуля при всех $x \neq 0$, обладает свойством

$$\int_0^x f(t)\,dt = (f(x))^2.$$

Тогда

A $f(1) = 4$

B $f(2) = 4$

C $f(4) = 4$

D $f(8) = 4$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Интеграл

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{1-\cos x}\, dx$$

равен

A $2\sqrt{2}+1$

B $2\sqrt{2}-1$

C $2\sqrt{2}+2$

D $2\sqrt{2}-2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

15. Интеграл

$$\int_0^{\pi/2} \cos x \sin(\sin x)\, dx$$

равен

A $\sin 1$

B $\cos 1$

C $1-\sin 1$

D $1-\cos 1$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

16. Известно, что четная функция $f(x)$ определена и непрерывно дифференцируема на всей вещественной оси, причем $f(2)=4$, $f'(2)=-2$. Тогда выражение

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{x}\right)\bigg|_{x=-2}$$

равно

A 1

B -1

C 2

D -2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

17. Предел

$$\lim_{x\to 0} \frac{|x^2+2x-1|-|2x^2-2x+1|}{x^2}$$

равен

A 0

B 1

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

18. Функция $f(x,y) = x^2 - 2y^2 + 4xy - 3x - 3y$ на множестве $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x - y = 3\}$

A обладает точкой локального максимума, в котором равна -12

B обладает точкой локального максимума, в котором равна 12

C обладает точкой локального минимума, в котором равна -12

D обладает точкой локального минимума, в котором равна 12

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений $Ax = 0$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

равна

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

20. Дана квадратная матрица A порядка $n \geqslant 2$, строки которой линейно независимые. Найдите *ложное* утверждение:

A столбцы матрицы A линейно независимые

B матрица A невырожденная

C существует матрица A^{-1}

D определитель матрицы A не равен нулю

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

21. Если образ матрицы A содержится в ядре матрицы B, то

A $AB \neq 0$

B $BA \neq 0$

C $AB = 0$

D $BA = 0$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

22. Определитель матрицы

$$\det \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

A больше нуля при всех $\alpha > 0$

B меньше нуля при всех $\alpha > 0$

C больше нуля при всех $\alpha < 0$

D меньше нуля при всех $\alpha < 0$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

23. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда множество тех α, для которых квадратичная форма $f(x) = x^T Ax$ положительно определена, есть

A $(1, +\infty)$

B $(-\infty, 1)$

C $(0, +\infty)$

D $(-\infty, 0)$

E ни одно из множеств, перечисленных в A, B, C, D, не является множеством α, для которых форма положительно определена

24. Неявная функция $y(x)$ определяется уравнением $xy^2 + 3 = (x + y)^2$ в окрестности точки $(1, 1)$. Тогда производная dy/dx в точке $x = 1$ равна

A 0

B $-1/2$

C -1

D $-3/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

25. Выберите истинное утверждение (все последовательности состоят из точек числовой прямой):

A если последовательность x_n сходится, причем $x_n > 0$ при всех n, то и последовательность $y_n = \ln(x_n)$ сходится

B если последовательности x_n и y_n сходятся, причем $y_n > 0$ при всех n, то и последовательность $z_n = x_n/y_n$ сходится

C если последовательность x_n сходится, а последовательность z_n такова, что $z_n^3 \leqslant x_n^3$ при всех n, то последовательность z_n также сходится, причем $\lim z_n \leqslant \lim x_n$

D если последовательность x_n^2 сходится, причем $x_n > 0$ при всех n, то и последовательность x_n сходится

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 2 марта 2019 г. для прикладных программ

Код 00000

1. C	**2.** E	**3.** C	**4.** A	**5.** C
6. C	**7.** A	**8.** B	**9.** B	**10.** B
11. A	**12.** D	**13.** D	**14.** D	**15.** D
16. D	**17.** E	**18.** C	**19.** B	**20.** E
21. D	**22.** C	**23.** A	**24.** D	**25.** D

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (15 июня 2019 г.)

Фамилия, имя, отчество Код

_______________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Пусть

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 2 \\ \alpha+1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\alpha \end{pmatrix},$$

где α — вещественный параметр. Тогда линейная оболочка системы $\{x, y, z\}$ не совпадает с $\boldsymbol{R}^3$, если

A $\alpha = 1$

B $\alpha = 2$

C $\alpha = 3$

D $\alpha = 4$

E $\alpha = 5$

2. Ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

равен

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

3. Дана квадратная матрица A порядка $n \geqslant 2$, столбцы которой линейно зависимы. Найдите *ложное* утверждение:

A строки матрицы A линейно зависимые

B матрица A вырожденная

C существует матрица A^{-1}

D определитель матрицы A равен нулю

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

4. Пусть A и B — квадратные матрицы порядка $n \geqslant 2$. Тогда

A если A и B ортогональные, то AB ортогональная

B если A и B симметричные, то AB симметричная

C если A и B задают операторы проектирования, то AB задаёт оператор проектирования

D если A и B кососимметричные, то AB кососимметричная

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

5. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Тогда множество тех α, для которых квадратичная форма $f(x) = x^T A x$ отрицательно определена, есть

A $(-1, +\infty)$

B $(-\infty, -1)$

C $(0, +\infty)$

D $(-\infty, 0)$

E ни одно из множеств, перечисленных в A, B, C, D, не является множеством α, для которых форма отрицательно определена

6. Производитель барометров, тестируя очень простую модель прибора, обнаружил, что тот время от времени делает неправильные предсказания: в дождливые дни он в 10% случаев дает предсказание «Нет дождя», а во время сухой погоды он в 30% случаев предсказывает «Дождь». В небольшом городке Вологодской области в июне 40% дней являются дождливыми. Можно считать, что это вероятность того, что в ближайший День России в городке будет дождь. Накануне этого дня барометр предсказывает «Дождь». Чему равна вероятность того, что действительно в этот день будет дождь (укажите ближайшее число)?

A 0.67

B 0.71

C 0.63

D 0.59

E 0.55

7. Пусть

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x - \ln(1+x)}}{x} & \text{при } x > -1,\ x \neq 0; \\ a & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

Функция $f(x)$ непрерывна в точке $x = 0$, если параметр a равен

A 0

B $\dfrac{1}{2}$

C $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

D $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такого значения a не существует

8. Функция $y(x)$ задана как неявная функция в окрестности точки $(1,1)$ при помощи уравнения

$$2x^3 - 3xy + y^2 = 0.$$

Тогда касательная к графику функции $y(x)$ в точке $x = 1$ пересекается с осью Ox в точке

A $x = 1/3$

B $x = 1/2$

C $x = 2/3$

D $x = 5/6$

E отличной от перечисленных в A, B, C, D, либо точка пересечения с осью Ox отсутствует

9. Функция $f(x,y) = e^{-xy}$ на множестве $\{(x,y)\colon\, x^2 + 4y^2 = 1\}$ достигает наибольшего значения, равного

A $e^{1/8}$

B $e^{1/4}$

C $e^{1/2}$

D e

E числу отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо не достигает наибольшего значения

10. Предел

$$\lim_{x\to\pi/2} \frac{x}{x-\pi/2} \int_{\pi/2}^{x} \frac{\sin t}{t}\, dt$$

равен

A 0

B 1

C -1

D $\pi/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

11. Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(1-\cos x)}{\ln(1+\operatorname{tg} x)}$ равен

A 0

B 1/2

C 1

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

12. Пусть A и B — случайные события, $\mathbf{P}(A\cup B) = 0.7$, $\mathbf{P}(A\cup \overline{B}) = 0.9$, где $\overline{B}$ — дополнение события B. Тогда вероятность $\mathbf{P}(A)$ равна

A 0.50

B 0.55

C 0.60

D 0.65

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

13. Накануне контрольной по математике преподаватель опубликовал десять задач, сообщив, что на контрольной будет пять задач, случайно выбранных из этих десяти задач. Студент знает решение семи задач. Вероятность того, что студент правильно решит все пять задач, равна

A $1/10$

B $1/12$

C $1/14$

D $1/16$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

14. Проводится три независимых испытания. Вероятность успеха в первом испытании равна 0.5, во втором — 0.7, в третьем — 0.8. Тогда вероятность того, что в трех испытаниях будет ровно два успеха, равна (укажите ближайшее число)

A 0.38

B 0.47

C 0.52

D 0.57

E 0.62

15. Пусть $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ — оценки скалярного параметра θ. Известно, что $\mathbf{E}(\hat{\theta}_1) = \theta + 1$, $\mathbf{E}(\hat{\theta}_2) = \theta - 2$, $\mathbf{Var}(\hat{\theta}_1) = 5$, $\mathbf{Var}(\hat{\theta}_2) = 2$. Эффективность оценки измеряется среднеквадратичной ошибкой. Тогда

A оценка $\hat{\theta}_1$ эффективнее оценки $\hat{\theta}_2$

B оценка $\hat{\theta}_2$ эффективнее оценки $\hat{\theta}_1$

C оценки $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ имеют одинаковую эффективность

D имеющаяся информация не позволяет сравнить эффективности оценок

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

16. Пусть $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - x + 1}$. Тогда

A $f(x)$ ограничена на $\boldsymbol{R}$ и достигает глобального максимума и глобального минимума

B $f(x)$ ограничена сверху на $\boldsymbol{R}$, но не достигает глобального максимума

C $f(x)$ ограничена снизу на $\boldsymbol{R}$, но не достигает глобального минимума

D $f(x)$ имеет локальный минимум, который не является глобальным на $\boldsymbol{R}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

17. Функция $f(x)$ непрерывно дифференцируема на всей числовой прямой. Тогда существует значение $y \in (0, 1)$ такое, что

A $f(y) \geqslant f(x)$ при всех $x \in [0, 1]$

B $f'(y) \geqslant f'(x)$ при всех $x \in (0, 1)$

C $f'(y) = \dfrac{f(1) - f(0)}{2}$

D $f'(y) = \dfrac{f'(1) + f'(0)}{2}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

18. Интеграл $\int_0^{1/2} \frac{e^{x/(1-x)}}{(1-x)^2} dx$ равен

A $e-1$

B $1-e^{-1}$

C e

D $1+e$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

19. Независимые случайные величины x_1 и x_2 равномерно распределены на отрезке $[0, 2]$. Тогда вероятность события $x_1 + x_2 \leqslant 3$ равна

A $3/4$

B $5/6$

C $7/8$

D $15/16$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

20. Даны две независимые случайные величины X и Y, имеющие одинаковые распределения со средним $m = 2$ и дисперсией $\sigma^2 = 1$. Тогда коэффициент корреляции случайных величин $U = 3X + 2Y$ и $V = 3X - 2Y$ равен

A $2/5$

B $5/13$

C $4/11$

D $1/3$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не определен

21. Предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n^2+3}{n^4+6n^3+12n^2+19}\right)^{5n^2}$$

равен

A e

B e^2

C e^5

D e^{10}

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

22. Предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2+5n}-2n\right)$$

равен

A $1/4$

B $2/5$

C $4/5$

D $5/4$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

23. Интеграл

$$\int_{-1}^{1} \frac{2x+1}{2x^2+5x+2}\,dx$$

равен

A $\ln 2$

B $\ln 3$

C $\ln 4$

D $\ln 5$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

24. Интеграл

$$\int_{-2}^{2} \frac{5x+1}{x^2+4}\,dx$$

равен

A $\pi/4$

B $\pi/3$

C $\pi/2$

D π

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

25. Функция $f(x)$ определена и непрерывна на всей числовой прямой, и строго возрастает. Тогда

A существует функция $g(y)$, которая определена на всей числовой прямой и строго возрастает, такая, что $g(f(x)) = x^3$

B функция $f(x)$ достигает наибольшего значения на своей области определения

C функция $\max\{f(x), -f(x)\}$ достигает наибольшего значения на своей области определения

D если функция $\sin f(x)$ непрерывна в какой-либо точке x_0, то и функция $\cos f(x)$ непрерывна в точке x_0

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 15 июня 2019 г. для прикладных программ

Код 00000

1. B	**2.** D	**3.** C	**4.** A	**5.** B
6. A	**7.** E	**8.** C	**9.** B	**10.** B
11. A	**12.** C	**13.** B	**14.** B	**15.** C
16. A	**17.** D	**18.** A	**19.** C	**20.** B
21. D	**22.** D	**23.** B	**24.** A	**25.** D

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2019)

Фамилия, имя, отчество Код

______________________________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Пусть векторы $x_1, \dots x_m, x_{m+1}$ принадлежат $\boldsymbol{R}^n$, где $n \geqslant 2$, $m \geqslant 1$. Тогда

A если система $\{x_1, \dots, x_m\}$ линейно независимая, то система $\{x_1, \dots, x_m, x_{m+1}\}$ тоже линейно независимая

B если система $\{x_1, \dots, x_m\}$ линейно зависимая, то система $\{x_1, \dots, x_m, x_{m+1}\}$ тоже линейно зависимая

C если система $\{x_1, \dots, x_{m+1}\}$ линейно зависимая, то система $\{x_1, \dots, x_m\}$ тоже линейно зависимая

D если размерность линейной оболочки системы $\{x_1, \dots, x_{m+1}\}$ равна n, то система $\{x_1, \dots, x_m\}$ линейно независимая

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

2. Множество решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + y - 4z = 0 \end{cases}$$

есть

A $\varnothing$

B $\{0\}$

C $\{(x, y, z)\colon x = z, y = 2z, z \in \boldsymbol{R}\}$

D $\{(x, y, z)\colon x = 0, y = z, z \in \boldsymbol{R}\}$

E ни одно из множеств, представленных A, B, C, D не является множеством решений данной системы

3. Определитель матрицы

$$\det \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix}$$

при всех α

A больше нуля при всех $\alpha > 0$

B меньше нуля при всех $\alpha > 0$

C больше нуля при всех $\alpha < 0$

D меньше нуля при всех $\alpha < 0$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

4. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 1 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}.$$

Тогда множество тех α, для которых квадратичная форма $f(x) = x^T Ax$ положительно определена, есть

A $(0, +\infty)$

B $(1, +\infty)$

C $(\sqrt{2}, +\infty)$

D $(2, \infty)$

E ни одно из множеств, перечисленных в A, B, C, D, не является множеством α, для которых форма положительно определена

5. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -5 & -7 & -9 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Тогда

A матрица A имеет три разных собственных числа

B число 0 является единственным собственным числом матрицы A

C число 1 является единственным собственным числом матрицы A

D матрица A имеет два разных собственных числа

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

6. В университете 20 групп: 16 групп по 25 студентов, 3 группы по 100 студентов и одна группа, в которой 300 студентов; всего 1000 студентов. Из всех групп наугад выбирается одна. Пусть Y — размер выбранной группы. Тогда среднее значение $\mathbf{E}(Y)$ равно

A 50

B 100

C 130

D 150

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

7. Предел $\lim\limits_{x \to 0} (\cos x)^{1/x^3}$ равен

A 0

B 1

C e

D $1/\sqrt{e}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

8. Генеральная совокупность X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием m и дисперсией 1. Тестируется нулевая гипотеза $H_0\colon m = 0$ против альтернативной гипотезы $H_1\colon m > 0$. Пусть $x_1, \ldots, x_n$ — выборка из генеральной совокупности X. Рассматривается следующий тест: если $\overline{x} \leqslant c$, то нулевая гипотеза H_0 не отвергается; если $\overline{x} > c$, то нулевая гипотеза H_0 отвергается в пользу альтернативы H_1 (здесь $\overline{x}$ — выборочное среднее, c — некоторое число). Тогда

A при фиксированном объёме выборки n при увеличении c уровень значимости теста увеличивается

B при фиксированном объёме выборки n и при фиксированном значении c мощность теста при $m = 1$ выше, чем при $m = 2$

C если $c > 0$, то уровень значимости теста меньше $1/2$

D если $c > 0$, то при увеличении объёма выборки n уровень значимости теста увеличивается

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

9. Дана функция $f(x, y) = x^2 + y^2$ и множество $M = \{(x, y)\colon x^2 - y = 1\}$. Тогда

A функция $f(x, y)$ ограничена на множестве M

B число локальных минимумов функции $f(x, y)$ на множестве M нечётно

C наименьшее значение функции $f(x, y)$ на множестве M равно $3/4$

D точка $(0, -1)$ является точкой локального минимума функции $f(x, y)$ на множестве M

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

10. Через точку $(4, 2)$ окружности $x^2 + y^2 = 20$ проведена касательная. Тогда площадь треугольника, образованного осями координат и касательной, равна

A 25

B 30

C 32

D 35

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

11. Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{x^2} - 1}{x - \ln(x + 1)}$ равен

A 0

B $\ln 2$

C $(\ln 2)^2$

D $\ln 4$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

12. Интеграл

$$\int_2^4 \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}\, dx$$

равен

A 1

B $\ln 2$

C $\ln 3$

D $\ln 4$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

13. Функция $f(x)$ определена, непрерывна и дифференцируема в каждой точке вещественной прямой. Тогда

A функция $f^{-1}(x)$ определена, непрерывна и дифференцируема в каждой точке вещественной прямой

B функция $\operatorname{tg} f(x)$ определена, непрерывна и дифференцируема в каждой точке вещественной прямой

C функция $\operatorname{arctg} f(x)$ определена, непрерывна и дифференцируема в каждой точке вещественной прямой

D функция $\ln f(x)$ определена, непрерывна и дифференцируема в каждой точке вещественной прямой

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Неопределенный интеграл $\int (1+2x^2)^4 x dx$ равен

A $\frac{1}{10}(1+2x^2)^5 x^2 + C$

B $\frac{1}{20}(1+2x^2)^5 + C$

C $\frac{1}{2}(1+2x^2)^4 x^2 + C$

D $\frac{1}{5}(1+2x^2)^5 x + C$

E $\frac{1}{5}(1+2x^2)^5 \ln x + C$

15. Функция $f(x,y) = x + 2y - 1$ на множестве $\{(x,y)\colon x^2 + 2y^2 = 1\}$

A достигает наибольшего значения ровно в одной точке

B достигает наибольшего значения ровно в двух точках

C достигает наибольшего значения ровно в четырех точках

D достигает наибольшего значения в точках, число которых отличается от перечисленных в A, B, C

E не достигает наибольшего значения

16. Функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[0,1]$. Тогда

A функция $e^{f(x)}$ достигает наименьшего значения на отрезке $[0,1]$

B функция $f(x)$ является дифференцируемой на интервале $(0,1)$

C существует интеграл $\int_0^1 \ln f(x) dx$

D количество точек, в которых функция $f(x)$ достигает наибольшего значения на отрезке $[0,1]$, не больше чем на единицу отличается от количества точек, в которых она достигает наименьшего значения

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

17. Предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(\cos\frac{1}{n}\right)^{n^2}$$

равен

A $1/e$

B $\sqrt{e}$

C $1/\sqrt{e}$

D e^2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

18. Предел

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\ln\cos(\pi/n)}{\operatorname{tg}(\pi/n^2)}$$

равен

A $\pi/4$

B $-\pi/2$

C π

D $\pi/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

19. Функция

$$f(x)=\begin{cases}\arcsin(2x)\cdot\operatorname{ctg}x, & x\neq 0,\\ a, & x=0,\end{cases}$$

будет непрерывна на отрезке $[-1/2, 1/2]$, если параметр a равен

A 2

B 1

C 0

D -1

E числу отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо такого значения не существует

20. Подброшены два игральных кубика. Тогда вероятность того, что на первом кубике выпадет «5», если известно, что сумма очков чётна, равна (укажите ближайшее число)

A 5/36

B 6/36

C 7/36

D 8/36

E 9/39

21. Даны две случайные величины X и Y, $\mathbf{Var}(X)=4$, $\mathbf{Var}(Y)=1$ $\mathbf{Var}(X-Y)=3$. Тогда коэффициент корреляции этих случайных величин равен (укажите ближайшее число)

A 0.8

B -0.3

C 0.5

D 1

E -0.5

22. Два студента, Андрей и Пётр, договорились встретиться у входа в университет. Каждый из них приходит к месту встречи в случайный момент времени от 12:00 до 13:00 независимо друг от друга. Тогда вероятность того, что Андрей придёт первым и будет ждать Петра не более 10 минут, равна (укажите ближайшее число)

A 7/60

B 11/72

C 13/90

D 5/36

E 17/180

23. Шесть студентов (три юноши и три девушки), стоят в очереди в случайном порядке. Тогда вероятность того, что юноши и девушки чередуются, равна (укажите ближайшее число)

A 0.05

B 0.07

C 0.10

D 0.13

E 0.15

24. Пусть X_1, X_2, X_3 — из генеральной совокупности с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2, и пусть $\widehat{\sigma}^2 = c((X_1 - X_2)^2 + (X_2 - X_3)^2 + (X_3 - X_1)^2)$ — оценка дисперсии σ^2. Эта оценка является несмещённой, если число c равно

A 1/8

B 1/6

C 1/4

D 1/3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

25. Относительно генеральной совокупности X выдвинуто две гипотезы:

$H_0:$ случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[0, 2]$,

$H_1:$ случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[1, 3]$.

Имеется одно наблюдение x_1. Предлагается следующий тест: если $x_1 > 1.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_1, в противном случае — не отвергается. Тогда мощность теста равна (укажите ближайшее число)

A 0.6

B 0.5

C 0.4

D 0.3

E 0.2

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2019 г. для прикладных программ

Код 00000

1. B	**2.** C	**3.** C	**4.** C	**5.** D
6. A	**7.** E	**8.** C	**9.** C	**10.** A
11. D	**12.** C	**13.** C	**14.** B	**15.** A
16. A	**17.** C	**18.** B	**19.** A	**20.** B
21. C	**22.** B	**23.** C	**24.** B	**25.** A

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (29 февраля 2020 г.)

Фамилия, имя, отчество — Код

_________________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. В коробке находятся четыре внешне одинаковых лампочки. Две лампочки исправны, две — нет. Лампочки извлекают без возвращения из коробки и проверяют по одной до тех пор, пока не будут извлечены две исправных лампочки. Тогда ожидаемое число извлечённых лампочек равно

A 7/3

B 8/3

C 10/3

D 5/2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

2. Игра состоит из двух туров. В первом туре разыгрывается случайная величина, равномерно распределённая на отрезке $[0, 1]$, во втором туре разыгрывается случайная величина, равномерно распределённая на отрезке $[0, 2]$, не зависящая от первой случайной величины. Выигрыш — это максимум из этих двух величин. Тогда ожидаемое значение выигрыша равно

A 13/12

B 6/5

C 7/3

D 3/2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

3. Генеральная совокупность X является нормальной $N(m, \sigma^2)$. Нулевая гипотеза $H_0\colon m = 6$ тестируется против альтернативы $H_1\colon m > 6$ с помощью стандартного t-теста. P-значение теста равно 0.065. Тогда

A вероятность того, что нулевая гипотеза верна, равна 0.065

B мощность теста равна 0.935

C нулевая гипотеза отвергается на 10%-ном уровне значимости

D альтернативная гипотеза принимается на 5%-ном уровне значимости

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

4. Два правильных игральных кубика подбрасываются до тех пор, пока сумма очков не будет равна 5 или 7. Вероятность того, что потребуется не менее четырех подбрасываний, равна

A $(11/18)^4$

B $(31/36)^3$

C $(17/36)^4$

D $(13/18)^3$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

5. Пусть X, Y — случайные величины, $\mathbf{Var}(X) > 0$, $\mathbf{Var}(Y) > 0$, и пусть $\rho(X, Y)$ — коэффициент корреляции случайных величин X и Y. Найдите *ложное* утверждение.

A если случайные величины X, Y независимы, то $\rho(X, Y) = 0$

B если a, b, c, d — положительные константы, то $\rho(aX + b, cY + d) = \rho(X, Y)$

C если $Y = f(X)$, где $f(x)$ — числовая функция, то $\rho(X, Y) \neq 0$

D если $\rho(X, Y) = -1$, то существует числовая функция $f(x)$, такая что $Y = f(X)$ почти наверное

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

6. Пусть $f(t) = \int_0^t \sin(tx)dx$. Предел $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{f(t)}{t^3}$ равен

A 0

B 1/2

C 1

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

7. Последовательность $\{a_n, n = 1, 2, \dots\}$ определяется рекуррентно: $a_1 = b$, $a_{n+1} = \dfrac{a_n + 1}{a_n + 2}$, где $b > -1$. Тогда

A при любом $b > -1$ последовательность $\{a_n, n = 1, 2, \dots\}$ является невозрастающей

B при любом $b > -1$ последовательность $\{a_n, n = 1, 2, \dots\}$ является неубывающей

C существует такое число $b > -1$, что последовательность $\{a_n, n = 1, 2, \dots\}$ сходится и предел есть целое число

D существует такое число $b > -1$, что последовательность $\{a_n, n = 1, 2, \dots\}$ расходится

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

8. Пусть $f(x) = x^2 e^{-x^2/2}$. Тогда глобальный максимум $f(x)$ при $x \in \boldsymbol{R}$

A не достигается

B достигается ровно в одной точке

C достигается ровно в двух точках

D равен $e^{-1/2}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

9. Известно, что $\int_{-2}^{-1} f(x)dx = 1$ и $\int_{0}^{1} f(x)dx = 2$, где $f(x)$ — некоторая нечетная функция. Тогда интеграл $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ равен

A -1

B 1

C 3

D 5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

10. Пусть $f(x) = \int_{1}^{x} \ln\left(\frac{2}{t} - 1\right) dt$ при $x \in (0, 2)$. Тогда

A $f(x) \geqslant 0$ при $x \in (0, 2)$

B $f(x) \leqslant 0$ при $x \in (0, 2)$

C $f(x) < 0$ при $x \in (0, 1)$ и $f(x) > 0$ при $x \in (1, 2)$

D $f(x) > 0$ при $x \in (0, 1)$ и $f(x) < 0$ при $x \in (1, 2)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

11. Пусть $f\colon (0, 2) \to \boldsymbol{R}$ — непрерывно дифференцируемая функция, причем $\lim\limits_{x\to 0+} f(x) = 0$. Пусть $f'(x)$ — производная функции $f(x)$. Тогда

A функция $f(x)$ ограничена при $x \in (0, 2)$

B функция $f'(x)$ ограничена при $x \in (0, 2)$

C предел $\lim\limits_{x\to 0+} f'(x)$ существует и конечен

D существует $x \in (0, 2)$, для которого $f'(x) = f(1)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Интеграл $\int_{2}^{4} \frac{x\,dx}{x^2 + x - 2}$ равен

A $\ln 3 - \frac{1}{3}\ln 2$

B $\ln 3 - \frac{2}{3}\ln 2$

C $\frac{1}{3}\ln 3 + \frac{2}{3}\ln 2$

D $\frac{1}{3}\ln 3 + \frac{1}{3}\ln 2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

13. Предел $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1 - \cos x}{\ln(1 + x^2)}$ равен

A 0

B $1/2$

C 1

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

14. Последовательность $\{a_n, n = 1, 2, \dots\}$ такова, что в любой окрестности любой точки отрезка $[0,1]$ присутствуют ее члены. Тогда последовательность $\{a_n, n = 1, 2, \dots\}$

A монотонна

B ограничена

C сходится

D с такими свойствами не может существовать

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

15. Неявная функция $y(x)$ определяется уравнением $x^2y^2 + 3 = (x+y)^2$ в окрестности точки $(1,1)$. Производная $\dfrac{dy}{dx}$ в точке $x = 1$ равна

A 0

B $-1/2$

C -1

D $-3/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

16. Дана функция $f(x,y) = x^3 + y^3 - 15xy$. Тогда

A функция $f(x,y)$ обладает точкой локального минимума, в которой равна 0

B функция $f(x,y)$ обладает точкой локального минимума, в которой равна -125

C функция $f(x,y)$ обладает точкой локального максимума, в которой равна 25

D функция $f(x,y)$ обладает точкой локального максимума, в которой равна 125

E функция $f(x,y)$ не имеет точек локального экстремума либо ее значения в этих точках отличаются от перечисленных выше значений

17. Интеграл

$$\int_{-1}^{1} t^5\sqrt{1+t^6}\,dt$$

равен:

A 0

B $1/9$

C $1/6$

D $2/9$

E другому числу либо не существует

18. Функция $f(x,y) = x - y + 2z$ на множестве $M = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \colon x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 1\}$:

A достигает наибольшего значения, равного $\sqrt{7}$

B достигает наибольшего значения, равного $\sqrt{7/2}$

C достигает наибольшего значения, равного $\sqrt{7/4}$

D достигает наименьшего значения, равного $-\sqrt{7/4}$

E не имеет экстремумов либо принимает в экстремальных точках значения, отличные от перечисленных

19. Известно, что предел

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x$$

существует и равен e. Тогда значение параметра a равно

A 1/4

B 1/3

C 1/2

D 1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

20. Площадь, заключенная между двумя кривыми $y = x^2$ и $y = 2x - x^2$ равна

A 1

B 1/2

C 1/3

D 1/4

E другому числу либо не существует

21. В линейном пространстве $\boldsymbol{R}^3$ даны два подпространства

$$L_1 = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right\}, L_2 = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\},$$

где через $\mathcal{L}\{X\}$ обозначается линейная оболочка системы X. Тогда размерности пересечения $L_1 \cap L_2$ и суммы $L_1 + L_2$ равны, соответственно

A 0 и 2

B 0 и 3

C 1 и 2

D 1 и 3

E 2 и 3

22. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений $Ax = 0$, где

$$A = \begin{pmatrix}1 & -1 & 3 & 1\\0 & -2 & 1 & 1\\1 & 1 & 2 & 0\end{pmatrix},$$

равна

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

23. Даны матрицы A и B размера $m \times n$, где $m, n \geqslant 2$. Известно, что строки обеих матриц A и B линейно независимые. Через X^T обозначается транспонированная к матрице X. Тогда

A матрица AA^T невырожденная

B матрица $B^T B$ невырожденная

C матрица AB^T невырожденная

D матрица $A^T B$ невырожденная

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

24. Определитель

$$\det \begin{pmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

A больше нуля при всех $\alpha > 0$

B меньше нуля при всех $\alpha > 0$

C больше нуля при всех $\alpha < 0$

D меньше нуля при всех $\alpha < 0$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

25. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 1 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда множество тех α, для которых квадратичная форма $f(x) = x^T A x$ положительно определена, есть

A $(1, +\infty)$

B $(-\infty, 1)$

C $(0, +\infty)$

D $(-\infty, 0)$

E ни одно из множеств, перечисленных в A, B, C, D, не является множеством α, для которых форма положительно определена

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 29 февраля 2020 г. для прикладных программ

Код 00000

1. C	**2.** A	**3.** C	**4.** D	**5.** C
6. B	**7.** E	**8.** C	**9.** A	**10.** B
11. D	**12.** B	**13.** B	**14.** E	**15.** C
16. B	**17.** A	**18.** B	**19.** C	**20.** C
21. D	**22.** C	**23.** A	**24.** B	**25.** E

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (6 июня 2020 г.)

Фамилия, имя, отчество ______________________ Код *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Пусть $f(t) = \int_0^t \sin(tx)dx$. Предел $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)$ равен

A 0

B 1/2

C 1

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

2. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-1}\right)\sqrt{x}$ равен

A 0

B 1

C 2

D 4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

3. Выберите истинное утверждение (все последовательности состоят из точек числовой прямой):

A если последовательность x_n сходится, причем $x_n \neq \pi k$ при всех n, то и последовательность $y_n = \operatorname{ctg}(x_n)$ сходится

B если последовательность x_n сходится, а последовательность y_n такова, что $0 \leqslant y_n \leqslant x_n$ при всех n, то и последовательность y_n сходится

C если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$, а последовательность z_n такова, что $z_n^3 \leqslant x_n^3$ при всех n, то последовательность z_n также сходится, причем $\lim\limits_{n\to\infty} z_n \leqslant 0$

D если последовательность x_n^2 сходится, то и последовательность x_n сходится

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

4. Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(1-\cos^2 x)}{\ln(1+\operatorname{tg}^2 x)}$ равен

A 0,

B 1/2,

C 1,

D 2,

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

5. Известно, что предел

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2/3}{x}$$

существует и равен $3/4$. Тогда параметры a и b принимают следующие значения:

A $a=2, b=2/3$

B $a=1, b=2/3$

C $a=2, b=4/9$

D $a=1, b=4/9$

E a, b принимают другие значения, либо подходящих значений для a, b не существует

6. Функция $f(x)=x^2(x+1)(x-1)^3$ имеет локальный максимум

A при $x=0$

B при $x=1$

C при $x=-1$

D при $x\in \boldsymbol{R}$, отличном от перечисленных в A, B, C

E ни при каком $x\in \boldsymbol{R}$

7. Функция $f(x)$ непрерывна при $x=0$, а функция $g(x)$ разрывна при $x=0$, причем $g(0)\neq 0$. Тогда функция $h(x)$ разрывна при $x=0$, если

A $h(x)=f(x)g(x)$

B $h(x)=f(x)/g(x)$

C $h(x)=f(g(x))$

D $h(x)=g(f(x))$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

8. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln(x+1)}-\dfrac{1}{x}\right)$ равен

A 0

B 1/2

C 1

D $+\infty$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

9. Числовая последовательность $\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$, заданная равенством $x_n = 1 - 2^{-x_{n-1}}$ для $n = 2, 3, \dots$, и $x_1 \in \boldsymbol{R}$,

A при $x_1 = -2$ расходится

B при $x_1 = -\dfrac{1}{2}$ расходится

C при $x_1 = \dfrac{1}{2}$ расходится

D при $x_1 = 2$ расходится

E при любом $x_1 \in \boldsymbol{R}$ сходится

10. Обычный игральный кубик с цифрами от 1 до 6 бросают три раза. Выигрыш равен k, если цифра 6 впервые выпала при k-м броске ($k = 1, 2, 3$), и нулю, если она вообще не выпала. Тогда математическое ожидание выигрыша равно

A $\dfrac{10}{27}$

B $\dfrac{19}{24}$

C $\dfrac{25}{72}$

D $\dfrac{91}{216}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

11. Дана система векторов в $\boldsymbol{R}^3$

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \\ \alpha \end{pmatrix} \right\},$$

где α — вещественный параметр. Тогда

A при $\alpha = 1$ система X линейно зависимая

B при $\alpha = -1$ система X линейно зависимая

C при $\alpha = 0$ система X линейно зависимая

D при $\alpha = 2$ система X линейно зависимая

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

равен

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

13. Дана однородная система линейных уравнений $Ax = 0$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & 2\alpha \\ -\alpha & 0 & \alpha \\ 1 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

и α — вещественный параметр. Тогда

A при любом значении α система имеет бесконечное множество решений

B существует единственное значение α, при котором система имеет бесконечное множество решений

C существует ровно два значения α, при которых система имеет бесконечное множество решений

D существует ровно три значения α, при которых система имеет бесконечное множество решений

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Дана симметричная матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & 2 \\ \alpha & \alpha & 2\alpha \\ 2 & 2\alpha & 1 \end{pmatrix},$$

где α — вещественный параметр. Тогда множество тех α, при которых матрица A знакопеременная, есть

A $\varnothing$

B $\boldsymbol{R} \setminus [0, 1]$

C $\boldsymbol{R} \setminus [0, 1/4]$

D $\boldsymbol{R}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

15. Неопределенный интеграл $\displaystyle\int \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} dx$ равен

A $\sqrt{x} \ln x + C$

B $\dfrac{\sqrt{x} \ln^2 x}{2} + C$

C $\sqrt{x} \ln^2 x + C$

D $\sqrt{x}(\ln x - 2) + C$

E выражению, отличному от перечисленных в A, B, C, D

16. Пусть $x_1, \ldots, x_n$ — случайная выборка из пуассоновского распределения с параметром $\lambda > 0$. Известно, что математическое ожидание и дисперсия пуассоновского распределения равны λ. Найдите *ложное* утверждение.

A $\overline{x} = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i$ является состоятельной оценкой λ

B $s^2 = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$ является состоятельной оценкой λ

C $\dfrac{\overline{x} + s^2}{2}$ является состоятельной оценкой λ

D $2\overline{x} - s^2$ является состоятельной оценкой λ

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

17. Пусть $x_1, \ldots, x_n$ — случайная выборка из нормального распределения с параметрами μ и σ^2. Обозначим через $\widehat{\mu} = \overline{x} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$ и через $\widehat{\sigma}^2 = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$. Тогда

A оценки $\widehat{\mu}$ и $\widehat{\sigma}^2$ обе смещенные

B среди оценок $\widehat{\mu}$ и $\widehat{\sigma}^2$ есть смещенная

C оценки $\widehat{\mu}$ и $\widehat{\sigma}^2$ обе несостоятельные

D среди оценок $\widehat{\mu}$ и $\widehat{\sigma}^2$ есть несостоятельная

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

18. Пусть A и B — два события. Известно, что $\mathbf{P}(A) = 0.6$, $\mathbf{P}(B) = 0.7$. Тогда

A если $\mathbf{P}(A \cup B) = 1$, то $\mathbf{P}(A \cap B) = 0.35$

B если $\mathbf{P}(A \cup B) = 0.9$, то $\mathbf{P}(A \cap B) = 0.4$

C если $\mathbf{P}(A \cup B) = 0.8$, то $\mathbf{P}(A \cap B) = 0.45$

D если $\mathbf{P}(A \cup B) = 0.7$, то $\mathbf{P}(A \cap B) = 0.5$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Четная функция $f(x)$ определена и непрерывна на $\boldsymbol{R}$. Тогда при любом $a > 0$

A $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(x+a)\,dx$

B $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(x-a)\,dx$

C $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(ax)\,dx$

D $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(x/a)\,dx$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Функция $f(x,y,z) = 2x - y + z$ на множестве $\{(x,y,z) \in \boldsymbol{R}^3 \colon x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

A достигает наибольшего значения, равного $2\sqrt{6}$

B достигает наименьшего значения, равного $\sqrt{6}$

C достигает наименьшего значения, равного $-\sqrt{6}$

D достигает наибольшего значения, равного $-2\sqrt{6}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

21. Функция $f(x,y) = x + y$ на множестве $\{(x,y) \in \boldsymbol{R}^2 \colon x + |y|^{1/3} = 0\}$

A имеет локальный максимум, в котором равна 0

B имеет локальный максимум, в котором равна $-2/(3\sqrt{3})$

C имеет локальный минимум, в котором равна 0

D имеет локальный минимум, в котором равна $2/(3\sqrt{3})$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

22. В жюри конкурса три человека. Они должны одобрить и не одобрить конкурсанта. Два члена жюри независимо друг от друга одобряют конкурсанта с вероятностью p. Третий член жюри для вынесения решения бросает правильную монету. Окончательное решение выносится большинством голосов. Вероятность того, что жюри одобрит конкурсанта, равна

A p

B $p(1-p)/2$

C $1/2$

D $p(1-p)$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

23. Проверяется гипотеза $H_0\colon m = 8$ против альтернативы $H_1\colon m \neq 8$, где m — математическое ожидание генеральной совокупности. На выборке размера 220 получено P-значение теста, равное 0.034. Тогда

A нулевая гипотеза H_0 отвергается на 5%-ном уровне значимости и вероятность ошибки второго рода равна 0.034

B нулевая гипотеза H_0 не отвергается на 5%-ном уровне значимости

C размер выборки не позволяет сделать вывод с уровнем доверия 95%

D центром 95%-ного доверительного интервала, построенного по выборке, является число 8

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

24. Пусть $f(x) = \dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-(x+5)^2/50}$ — плотность распределения случайной величины X. Тогда ($\mathbf{E}(X)$ — математическое ожидание, $\mathbf{Var}(X)$ — дисперсия X)

A $\mathbf{E}(X) = -5$, $\mathbf{Var}(X) = 25$

B $\mathbf{E}(X) = 5$, $\mathbf{Var}(X) = 25$

C $\mathbf{E}(X) = -5$, $\mathbf{Var}(X) = 5$

D функция $f(x)$ не является функцией плотности

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

25. Дана функция двух переменных $f(x, y) = x^2 + 8xy + 3y^2 - 26x - 26y + 5$. Тогда

A множество значений функции $f(x, y)$ ограничено снизу, но не ограничено сверху

B множество значений функции $f(x, y)$ ограничено сверху, но не ограничено снизу

C точка $(1, 3)$ является точкой локального минимума функции

D точка $(2, 1)$ является точкой локального максимума функции

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 6 июня 2020 г. для прикладных программ

Код 00000

1. A	**2.** C	**3.** E	**4.** C	**5.** D
6. A	**7.** E	**8.** B	**9.** A	**10.** B
11. C	**12.** D	**13.** B	**14.** D	**15.** D
16. E	**17.** B	**18.** B	**19.** B	**20.** C
21. A	**22.** A	**23.** E	**24.** A	**25.** E

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2020)

Фамилия, имя, отчество ______________________ Код *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Неопределенный интеграл $\int e^{\sqrt{x}}dx$ равен

A $2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} + C$

B $2e^{\sqrt{x}} + C$

C $2(\sqrt{x} - 1)e^{\sqrt{x}} + C$

D $2\sqrt{x}(e^{\sqrt{x}} - 1) + C$

E выражению, отличному от перечисленных в A, B, C, D

2. Пусть X — случайная величина с конечным вторым моментом. Обозначим через $\mathbf{E}(Y)$ и $\mathbf{Var}(Y)$ математическое ожидание и дисперсию любой случайной величины Y. Тогда

A $(\mathbf{E}(X))^2 \geqslant \mathbf{Var}(X)$

B $(\mathbf{E}(X))^2 \leqslant \mathbf{Var}(X)$

C $(\mathbf{E}(X))^2 \geqslant \mathbf{E}(X^2)$

D $(\mathbf{E}(X))^2 \leqslant \mathbf{E}(X^2)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

3. Рассматривается большое число проектов, каждый из которых либо хороший, либо плохой, причем доля хороших проектов на рынке равна $3/5$. Хороший проект приносит положительную прибыль с вероятностью $4/5$, плохой — с вероятностью $1/5$. Известно, что проект принес положительную прибыль. Тогда вероятность того, что он хороший, равна

A $6/7$

B $7/8$

C $8/9$

D 1

E невозможно вычислить из имеющихся данных

4. Функция $f(x)$ задана и непрерывна на $[0, +\infty)$, дифференцируема на $(0, +\infty)$ и $\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = 0$. Тогда

A функция $f(x)$ ограничена на $[0, +\infty)$

B существует $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

C график функции $f(x)$ не имеет наклонной (не горизонтальной и не вертикальной) асимптоты

D существует $\lim\limits_{A \to +\infty} \int_0^A f(x)dx$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

5. Дана функция $f(x) = \sqrt[3]{x^2}e^{-x}$. Тогда

A функция $f(x)$ на множестве $(-\infty, 0)$ имеет точку локального максимума

B функция на множестве $(0, +\infty)$ является вогнутой

C функция $f(x)$ имеет точку локального минимума

D график функции $f(x)$ имеет наклонную (не горизонтальную и не вертикальную) асимптоту

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

6. Наибольшее значение функции $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 30$ на отрезке $[0, 10]$ равно

A 30

B 37

C 21

D 5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

7. Функция $f(x, y) = 3\ln x + 2\ln y$ на множестве $\{(x, y) \colon x > 0, y > 0, x + 4y = 5\}$

A достигает наибольшего значения в единственной точке

B достигает наибольшего значения ровно в двух точках

C достигает наибольшего значения ровно в трех точках

D достигает наибольшего значения более чем в трех точках

E не достигает наибольшего значения

8. Функция $y(x)$ задана как неявная функция в окрестности точки $(1, 1)$ при помощи уравнения $3x^2 + 2y^2 - 5x^2y - xy + 1 = 0$. Тогда касательная, проведенная к графику функции $y(x)$ в точке $x = 1$, пересекает ось Oy в точке

A $1/2$

B $3/2$

C $5/2$

D $7/2$

E в точке, отличной от перечисленных в A, B, C, D, или точки пересечения не существует

9. Пусть $f(x)$ дифференцируема на всей вещественной прямой. Известно, что существует предел

$$A = \lim_{h\to 0} \frac{f(5+35h) - f(5+17h)}{h} > 0.$$

Тогда отношение $\dfrac{A}{f'(5)}$ равно

A 5

B 17

C 18

D 35

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

10. Функции $f(x)$ и $g(x)$ определены на всей вещественной оси. Известно, что $\lim\limits_{x\to\pi/2}(f(x)+g(x)) = 3$ и $\lim\limits_{x\to\pi/2}(f(x)-g(x)) = 1$. Тогда предел

$$\lim_{x\to\pi/2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\, f(x) + \frac{\pi}{2}\, g(x)\right)$$

равен

A 0

B $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

D 1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

11. Функция $f(x,y) = x + 2y$ на множестве $M = \{(x,y) \in \boldsymbol{R}^2 \colon x^2 + 3y^2 + 2xy - 12 = 0\}$

A достигает наибольшего значения, равного $\sqrt{2}$

B достигает наименьшего значения, равного $-2\sqrt{2}$

C достигает наибольшего значения, равного $2\sqrt{2}$

D достигает наименьшего значения, равного $-3\sqrt{2}$

E не имеет экстремума на множестве M

12. Функция $f(x,y) = 3x^2 + y^2 - 3xy$ на множестве $M = \{(x,y) \in \boldsymbol{R}^2 \colon x - y - 10 = 0\}$

A имеет локальный максимум, равный 25

B имеет локальный минимум, равный 50

C имеет локальный максимум, равный 75

D имеет локальный минимум, равный 75

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

13. Функция $f(x) = \dfrac{1-x^2}{1+x^2}$

A не ограничена сверху на $\boldsymbol{R}$

B не ограничена снизу на $\boldsymbol{R}$

C достигает наибольшего значения при некотором $x \in \boldsymbol{R}$

D достигает наименьшего значения при некотором $x \in \boldsymbol{R}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Интеграл $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\sin x}\,dx$ равен

A $\ln 3$

B $2\ln 3$

C $2\ln 2$

D $\ln 2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

15. Интеграл $\displaystyle\int_1^2 x\ln x\,dx$ равен

A $2\ln 2 + 3/4$

B $2\ln 2 - 3/4$

C $\ln 2 - 3/4$

D $\ln 2 + 3/4$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

16. Предел $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{|\sin(2x)+1| - |\sin(2x)-1|}{\operatorname{tg} x}$ равен

A 1

B 2

C 3

D 4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

17. Предел $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ равен

A 1

B $3/2$

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

18. Пусть $X = \left\{ \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix} \right\}$ — система векторов в $\boldsymbol{R}^3$, и пусть $\langle X\rangle$ — её линейная оболочка. Тогда

A размерность $\langle X\rangle$ равна трём

B любая линейно независимая подсистема из X образует базис в $\langle X\rangle$

C любые два вектора из X образуют базис в $\langle X\rangle$

D система X линейно независимая

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Множество решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ x - 3y + 4z = 3, \end{cases}$$

A пустое

B состоит из одной точки

C одномерное

D двумерное

E трёхмерное

20. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Через $\operatorname{Ker} A$ и $\operatorname{Im} A$ обозначим ядро и образ матрицы A соответственно, также через $\langle X \rangle$ обозначим линейную оболочку системы векторов X. Тогда

A $\operatorname{Ker} A = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

B $\operatorname{Ker} A = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

C $\operatorname{Im} A = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

D $\operatorname{Im} A = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

21. Пусть $A = \begin{pmatrix} x & x & x \\ x & 1 & 2 \\ x & 3 & 4 \end{pmatrix}$. Обозначим через $f(x)$ её определитель. Тогда

A $f(x)$ — многочлен третьей степени

B $f(x)$ — многочлен первой степени

C $f(x) \geqslant 0$ при любом $x \in \boldsymbol{R}$

D $f(x) \leqslant 0$ при любом $x \in \boldsymbol{R}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

22. В магазине электроники карты памяти продаются коробками по 10 карт в коробке. Коробка признается целиком бракованной, если среди трех случайно выбранных карт окажется по крайней мере одна бракованная. Если в коробке две бракованных карты, то вероятность, что она будет признана бракованной, равна (укажите ближайшее число)

A 0.53

B 0.35

C 0.65

D 0.49

E 0.73

23. Из колоды, содержащей 52 карты, последовательно без возвращения вынимаются две карты. Известно, что вторая карта имеет черную масть. Тогда вероятность того, что первая карта имеет красную масть, равна

A $26/51$

B $1/2$

C $25/52$

D $24/51$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

24. Некоторая оценка параметра имеет смещение 20 и стандартное отклонение 20. Если смещение оценки уменьшится вдвое, а стандартное отклонение увеличится вдвое, то среднеквадратичная ошибка

A увеличится более, чем на 50%

B увеличится точно на 50%

C уменьшится более, чем на 50%

D останется без изменения

E изменится иначе, чем перечислено в A, B, C, D

25. Совместное распределение случайных величин X и Y задается следующей таблицей

		Y		
		2	4	6
X	2	0.1	0.1	x
	4	0.3	y	0.2

Известно, что математическое ожидание $\mathbf{E}(X) = 3.2$. Тогда вероятность $\mathbf{P}(X = 4, Y = 4)$ равна

A 0.05

B 0.1

C 0.15

D 0.2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2020 г. для прикладных программ

Код 00000

1. C	**2.** D	**3.** A	**4.** C	**5.** C
6. E	**7.** A	**8.** D	**9.** C	**10.** A
11. D	**12.** D	**13.** C	**14.** D	**15.** B
16. D	**17.** B	**18.** C	**19.** A	**20.** C
21. B	**22.** A	**23.** A	**24.** A	**25.** B

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (27 февраля 2021 г.)

Фамилия, имя, отчество Код

______________________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Один раз подбрасываются красный и черный кубики. Вероятность того, что число очков, выпавших на красном кубике, больше числа очков, выпавших на черном кубике, равна

A $5/12$

B $5/18$

C $11/30$

D $1/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

2. В коробке лежат три монеты. Одна правильная, у второй на обеих сторонах «орёл», третья монета смещённая: вероятность выпадения «орла» при однократном подбрасывании равна 0.75. Из коробки случайно выбирается монета и подбрасывается. Выпадает «орёл». Вероятность того, что это смещенная монета, равна

A $1/4$

B $1/3$

C $2/3$

D $4/9$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

3. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из генеральной совокупности X, $\mathbf{E}(X) = m$, $\mathbf{Var}(X) = \sigma^2$ и пусть $\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$ — выборочное среднее. Выберите истинные утверждения.

I. Если величина X имеет нормальное распределение, то $\overline{X}$ тоже имеет нормальное распределение.

II. При любом распределении величины X стандартное отклонение выборочного среднего равно $\sigma/\sqrt{n}$.

III. При большом объёме выборки n распределение величины $\overline{X}$ является приближенно нормальным, даже если распределение величины X не является нормальным.

A только I и II

B только I и III

C только II и III

D I, II и III

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не дает правильный набор ответов

4. Три стрелка независимо делают по одному выстрелу в одну цель. Вероятности попадания стрелков в цель равны 0.3, 0.4, 0.6. Тогда вероятность того, что будет ровно два попадания, равна

A 0.454

B 0.546

C 0.324

D 0.384

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

5. Пусть X — уровень дохода, Y — расходы на непродовольственные товары жителей некоторого региона. Переменная X принимает три значения: 1 — низкий, 2 — средний, 3 — высокий. Известно, что $\mathbf{E}(Y \mid X = 2) = \mathbf{E}(Y \mid X = 3)$. Тогда

A величины X и Y независимы

B распределения расходов на непродовольственные товары в группах со средними и высокими доходами совпадают

C $\mathbf{E}(Y \mid X = 1) = \mathbf{E}(Y \mid X = 2)$

D $\mathbf{E}(Y \mid X = 1) < \mathbf{E}(Y \mid X = 2)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

6. Восемь студентов-первокурсников решили отпраздновать окончание сессии в ночном клубе. Оказалось, что в клуб пускают посетителей не младше 18 лет. Среди студентов 4 человека имеют возраст 17 лет. Охранник клуба сказал, что он выберет случайно трех студентов и если среди них окажется хотя бы один семнадцатилетний, он не пустит в клуб всю группу. В противном случае он разрешит войти всем студентам. Вероятность того, что студентам удастся отпраздновать окончание сессии, равна

A 1/14

B 1/8

C 3/16

D 5/36

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

7. Коэффициенты b и c квадратного уравнения $x^2 + bx + c = 0$ выбираются наугад и независимо из отрезка $[0, 1]$. Вероятность того, что уравнение имеет вещественные корни, равна

A 1/2

B 1/4

C 1/6

D 1/12

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

8. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{1/(1-\cos x)}$ равен

A $1/\sqrt[3]{e}$

B $\sqrt[3]{e}$

C $1/\sqrt[6]{e}$

D $\sqrt[6]{e}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

9. Предел $\lim\limits_{x\to\pi/2}\left(\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\operatorname{tg} x\right)$ равен

A 1

B 0

C $1/2$

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

10. Дана матрица

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & p\\ 2 & 4 & 6 & p^2-3p+6\\ 3 & 6 & 9 & p^2-3p+8\end{pmatrix}.$$

Тогда матрица A имеет наименьший ранг при p, равном

A 1

B 2

C 3

D 4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

11. Функция $y(x)$ задана как неявная функция в окрестности точки $A=(0,-2)$ при помощи уравнения

$$f(x,y)=2x^2+3xy-y^2+x-2y=0.$$

Тогда касательная к графику функции $y(x)$, проведенная в точке A, пересекает ось Ox в точке:

A $x=1/5$

B $x=2/5$

C $x=3/5$

D $x=4/5$

E в точке, отличной от перечисленных в A, B, C, D, либо точка пересечения отсутствует

12. Определенный интеграл

$$\int_{e^{\pi/6}}^{e^{\pi/3}}\frac{\operatorname{tg}(\ln t)}{t}\,dt$$

равен

A $\ln\sqrt{6}$

B $\ln\sqrt{3}$

C $\ln\sqrt{2}$

D 0

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

13. Предел $\lim\limits_{x\to 0}((\operatorname{ctg} x-\operatorname{tg} x)\cdot\sin x\cdot\cos x)^{1/x^2}$ равен

A $1/e^2$

B e^2

C $1/e$

D e

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

14. Определенный интеграл
$$\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+x+2}\,dx$$
равен

A $\ln 2$

B $\ln 3$

C $\ln 4$

D $\ln 6$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

15. Определенный интеграл
$$\int_0^3 \frac{x\,dx}{1+\sqrt{x+1}}$$
равен

A $2\sqrt{3}-3$

B $2\sqrt{3}-8/3$

C $15/2$

D $5/3$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

16. Предел $\lim\limits_{n\to\infty} n(\ln(n^2+n)-\ln(n^2+1))$ равен

A 0

B 1

C $\ln 2$

D $1/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

17. Последовательность функций $f_n(x)$ сходится к функции $f(x)$ для всех $x \in \boldsymbol{R}$. Тогда

A если все функции $f_n(x)$ ограниченные, то функция $f(x)$ ограниченная

B если все функции $f_n(x)$ неограниченные, то функция $f(x)$ неограниченная

C если все функции $f_n(x)$ непрерывные, то функция $f(x)$ непрерывная

D если все функции $f_n(x)$ дифференцируемые, то функция $f(x)$ дифференцируемая

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

18. Суммарная площадь двух замкнутых фигур на плоскости (x, y), образованных кривыми с уравнениями $y = x^2 + x$ и $y = x^3 - x$, равна

A $8/3$

B $9/4$

C $19/6$

D $37/12$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

19. Наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 30$ на отрезке $[0, 10]$ равно

A 30

B 37

C -10

D 5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

20. Функция $f(x, y, z) = 3\ln x + 2\ln y + \ln z$ на множестве
$\{(x, y, z)\colon x > 0, y > 0, z > 0, x + 4y = 5\}$

A достигает наибольшего значения в единственной точке

B достигает наибольшего значения ровно в двух точках

C достигает наибольшего значения ровно в трех точках

D достигает наибольшего значения более чем в трех точках

E не достигает наибольшего значения

21. Функция $f(x, y) = 2|x| + |y|$ на множестве $\{(x, y)\colon xy = 16\}$

A достигает наименьшего значения в единственной точке

B достигает наименьшего значения ровно в двух точках

C достигает наибольшего значения в единственной точке

D достигает наибольшего значения ровно в двух точках

E достигает наименьшего значения ровно в четырех точках

22. Определитель матрицы

$$\sqrt[3]{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

равен

A $-\sqrt[3]{2}$

B -2

C $-3\sqrt[3]{2}$

D -6

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

23. Пусть A и B — квадратные матрицы порядка $n \geqslant 2$. Обозначим через L и M множества решений систем линейных уравнений $ABx = 0$ и $Bx = 0$ соответственно. Тогда

A $L \subset M$

B $L \supset M$

C $L = M$

D $L \neq M$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

24. Пусть A и B — ортогональные матрицы порядка $n \geqslant 2$. Тогда

A матрица AB ортогональная

B матрица $A+B$ ортогональная

C матрица $A-B$ ортогональная

D матрица AB^T не ортогональная

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

25. Квадратичная форма в $\boldsymbol{R}^3$ задана матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & \alpha+1 & \sqrt{2} \\ \alpha & \sqrt{2} & \alpha^3 \end{pmatrix}.$$

Тогда множество тех α, при которых она положительно определена, есть

A $(-1, \sqrt{2})$

B $(-1, 2)$

C $(\sqrt{2}, +\infty)$

D $(2, +\infty)$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 27 февраля 2021 г. для прикладных программ

Код 00000

1. A	**2.** B	**3.** D	**4.** C	**5.** E
6. A	**7.** D	**8.** A	**9.** A	**10.** B
11. D	**12.** B	**13.** A	**14.** A	**15.** D
16. B	**17.** E	**18.** D	**19.** D	**20.** E
21. B	**22.** D	**23.** B	**24.** A	**25.** C

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (5 июня 2021 г.)

Фамилия, имя, отчество Код

___________________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Даны два предела,

$$A = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+e}{x-e}\right)^x, \quad B = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+\pi}{x-\pi}\right)^x.$$

Тогда их отношение A/B равно:

A $e^{e-\pi}$

B $e^{\pi-e}$

C $e^{2(e-\pi)}$

D $e^{2(\pi-e)}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо хотя бы один предел не существует

2. Функция $f(x) = \sqrt{|x^3 - x + 2|}$ на своей области определения

A достигает наименьшего значения в единственной точке

B достигает наименьшего значения ровно в двух точках

C достигает наименьшего значения ровно в трех точках

D достигает наименьшего значения более чем в трех точках

E не достигает наименьшего значения

3. Интеграл $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{dx}{2x^2 - x - 6}$ равен

A $-\dfrac{\ln(15)}{7}$

B $-\dfrac{\ln(18)}{5}$

C $-\dfrac{\ln(12)}{7}$

D $-\dfrac{\ln(15)}{5}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

4. На первом этаже пятиэтажного дома в лифт вошли три пассажира. Каждый пассажир равновероятно и независимо от остальных пассажиров может выйти на любом из четырех этажей. Вероятность того, что все пассажиры выйдут на разных этажах, равна (укажите ближайшее число)

A 0.225

B 0.425

C 0.325

D 0.375

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

5. Предел $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{x+1}{x+3}\right)^{\operatorname{ctg}^2 \pi x}$ равен

A 0

B 1

C e

D $1/e$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

6. Коэффициент при x^2 в разложении функции $f(x) = \ln(1 + x + x^2)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 0$ равен

A $1/4$

B $1/2$

C 1

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

7. Есть 81 карточка. На каждой карточке на одной стороне записано одно из трех женских имен — Анна, Людмила, Мария, а на другой стороне — одно из трех мужских имен — Иван, Василий, Петр. Число карточек с соответствующими парами имен представлены в таблице:

	Анна	Людмила	Мария
Иван	5	6	7
Василий	8	9	14
Петр	11	12	9

Наугад выбирается одна карточка. Известно, что на ней есть имя Людмила. Тогда вероятность того, что на ней есть имя Василий, равна (укажите ближайшее число)

A 0.29

B 0.38

C 0.11

D 0.33

E 0.30

8. В коробке пять белых и пять черных шаров. Вы случайным образом вытаскиваете 2 шара. Если они одинакового цвета, вы выигрываете 1 руб., если разного, вы выигрываете -1 руб. (т.е. проигрываете 1 руб.). Среднее значение вашего выигрыша равно

A $-1/9$

B $-1/7$

C 0

D $1/5$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

9. Генеральная совокупность X равномерно распределена на отрезке $[\theta, \theta+2]$. Тестируется нулевая гипотеза $H_0\colon \theta = 0$ против альтернативы $H_1\colon \theta = 1$. Имеется одно наблюдение x из этой генеральной совокупности. Нулевая гипотеза отвергается, если $x > 1.9$. Тогда уровень значимости теста равен

A 0.1

B 0.05

C 0.02

D 0.01

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

10. Плотность распределения случайной величины X есть

$$f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1]. \end{cases}$$

Известно, что $E(X) = 3/5$. Тогда

A $a = 3/5, b = 6/5$

B $a = 1/5, b = 4/5$

C $a = 1/2, b = 2/3$

D $a = 2/3, b = 1/2$

E числа a, b отличны от перечисленных в A, B, C, D или таких чисел не существует

11. Дана функция $f(x,y) = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$. Тогда

A точка $(1/2, 0)$ является точкой локального минимума функции $f(x,y)$

B точка $(0,1)$ является точкой локального максимума функции $f(x,y)$

C функция $f(x,y)$ достигает наименьшего значения

D число локальных экстремумов функции $f(x,y)$ четно

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Дана функция $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 10$. Тогда

A при любом a уравнение $f(x) = a$ имеет решение

B не существует такого a, что уравнение $f(x) = a$ имеет три решения

C при любом $a > 10$ уравнение $f(x) = a$ имеет два решения

D при любом $-1 < a < 1$ уравнение $f(x) = a$ имеет четыре решения

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

13. Функция $f(x)$ задана соотношениями

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leqslant 0, \\ x^2 + ax + b, & x > 0, \end{cases}$$

и дифференцируема на всей числовой прямой. Тогда

A $a = 0, b = 1$

B $a = 1, b = 1$

C $a = 2, b = 1$

D $a = -1, b = 1$

E a, b равны числам, отличным от перечисленных в A, B, C, D, или таких чисел не существует

14. Наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 30$ на отрезке $[0, 4]$ равно

A 30

B 37

C 10

D 5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

15. Наименьшее значение функции $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$ на интервале $(\pi/6, \pi/2)$ равно

A 0

B 1

C 1/2

D $-1/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

16. Определенный интеграл

$$\int_0^1 \frac{6x+3}{3x^2+3x+3}\,dx$$

равен

A $\ln 2$

B $\ln 3$

C $2\ln 3$

D $3\ln 2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

17. Площадь фигуры, образованной кривыми $y^2 = x^4$ и $y^2 = x^8$ в верхней полуплоскости $y \geqslant 0$, равна

A 1/10

B 2/12

C 3/14

D 4/15

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

18. Последовательности x_n и y_n расходятся. Тогда

A последовательность $x_n + y_n$ расходится

B последовательность $x_n y_n$ расходится

C последовательность $x_n^2 + y_n^2$ расходится

D последовательность $\dfrac{e^{x_n - y_n} + 1}{e^{x_n} + e^{y_n}}$ расходится

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2+x+1}-\sqrt{2x^2-x-1}\right)$ равен

A $\dfrac{1}{2}$

B $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

C 1

D $\sqrt{2}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

20. Предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^5-2x+1}{x^3-2x+1}$ равен

A 1

B $5/3$

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

21. Система уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 3y = a + 4 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$$

совместна, если

A $a = 1$

B $a = 2$

C $a = 3$

D $a = 4$

E a равно числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такого a не существует

22. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Обозначим через A^T матрицу, транспонированную к A. Тогда

A определитель $\det(AA^T)$ равен 0

B матрица $A^T A$ положительно определена

C число 3 является собственным значением матрицы AA^T

D число 0 является собственным значением матрицы $A^T A$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

23. Вектор $b = \begin{pmatrix} m \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ представим в виде линейной комбинации векторов $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, если m равно

A $\quad 1$

B $\quad 2$

C $\quad 3$

D $\quad 4$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такого числа m не существует

24. Множество тех α, при котороых матрица

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha-1 & 1 \\ \alpha-1 & \alpha+1 & 0 \\ 1 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

отрицательно определена, есть

A $\quad \varnothing$

B $\quad (-\infty, 0)$

C $\quad (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

D $\quad (-\infty, -1)$

E $\quad (1/3, 1)$

25. Ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

равен

A $\quad 0$

B $\quad 1$

C $\quad 2$

D $\quad 3$

E $\quad 4$

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 5 июня 2021 г. для прикладных программ

Код 00000

1. C	**2.** A	**3.** A	**4.** D	**5.** A
6. B	**7.** D	**8.** A	**9.** B	**10.** A
11. C	**12.** C	**13.** B	**14.** C	**15.** E
16. B	**17.** D	**18.** E	**19.** B	**20.** D
21. D	**22.** D	**23.** A	**24.** A	**25.** C

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2021)

Фамилия, имя, отчество Код

_______________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Предел

$$\lim_{x\to 0}(\cos^3 x)^{-1/x^2}$$

равен

A 1

B $e^{1/2}$

C e

D $e^{3/2}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

2. Есть шесть одинаковых коробок, в одной из которых находится приз. Игрок наугад выбирает коробку. Если в выбранной коробке есть приз, игрок его забирает (коробка остается), новый приз помещается в одну из коробок, и игра повторяется. Если выбранная коробка пуста, то коробки перемешиваются, и игра повторяется. Если игрок сделал пять попыток, то вероятность того, что он получил три приза, равна

A $C_5^3\dfrac{5^2}{6^5}$

B $\dfrac{3!}{5!}$

C $\left(\dfrac{1}{6}\right)^3\left(\dfrac{5}{6}\right)^2$

D $3\cdot\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{5}{6}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

3. Генеральная совокупность X равномерно распределена на отрезке $[\theta, \theta+2]$. Тестируется нулевая гипотеза $H_0\colon \theta = 0$ против альтернативы $H_1\colon \theta = 1$. Имеется одно наблюдение x из этой генеральной совокупности. Нулевая гипотеза отвергается, если $x > 1.9$. Тогда мощность теста равна

A 0.35

B 0.45

C 0.55

D 0.65

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

4. Определенный интеграл
$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2+2x+3}$$
равен

A $\dfrac{\operatorname{arctg} 1}{\sqrt{1}}$

B $\dfrac{\operatorname{arctg} 1}{\sqrt{2}}$

C $\dfrac{\operatorname{arctg} \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

D $\dfrac{\operatorname{arctg} 2}{\sqrt{2}}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

5. Определенный интеграл
$$\int_{0}^{1/2} \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}}\, dx$$
равен

A $\dfrac{\pi^{1/2}}{3\sqrt{6}}$

B $\dfrac{\pi^{3/2}}{6\sqrt{6}}$

C $\dfrac{\pi^{3/2}}{9\sqrt{6}}$

D $\dfrac{\pi^{1/2}}{12\sqrt{6}}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

6. Система распознавания банкнот ошибочно определяет каждую пятую подлинную банкноту как фальшивую и каждую двадцатую фальшивую банкноту как подлинную. Известно, что в среднем каждая четвертая банкнота определяется системой как фальшивая. Тогда доля фальшивых банкнот среди всех, предлагаемых для распознавания, равна

A 1/15

B 3/20

C 13/80

D 31/80

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

7. Предел $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{x-1} \displaystyle\int_1^x e^{-t^2-2t} dt$ равен

A 1

B $1/e$

C $1/e^2$

D $1/e^3$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

8. Последовательность $\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$ задана рекуррентно: $x_1 = a$, $x_{n+1} = \dfrac{x_n^2 + 1}{x_n}$ $n = 1, 2, \dots$, $a \neq 0$. Тогда

A при любом $a \neq 0$ последовательность $\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$ возрастает

B при любом $a \neq 0$ последовательность $\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$ ограничена снизу

C существует такое $a \neq 0$, что последовательность $\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$ ограничена сверху

D если $a \in (1, 2)$, то существует конечный предел $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

9. Какое наименьшее количество раз нужно бросить пару игральных костей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0.5, хотя бы один раз появилась сумма очков, равная 7?

A 2

B 3

C 4

D 5

E количество бросаний, отличное от перечисленных в A, B, C, D

10. В городе три книжных магазина. Вероятность того, что в каждом магазине будет в наличии необходимая студенту книга, равна 0.3 независимо от других магазинов. Среднее число магазинов, которые посетит студент в поисках книги, равно (укажите ближайшее число)

A 1.4

B 1.9

C 2.2

D 2.4

E 2.6

11. Пусть есть две несмещенные оценки T_1 и T_2 параметра θ. Их дисперсии равны, а коэффициент их корреляции равен 0.5. Рассмотрим оценки T_1, $S = (T_1 + T_2)/2$ и $R = (2T_1 + T_2)/3$ параметра θ. Тогда

A оценка T_1 эффективнее оценки R

B оценка S эффективнее оценки T_1, и оценка R эффективнее оценки S

C оценка S эффективнее оценки T_1 и эффективнее оценки R

D оценки S и T_1 имеют одинаковую эффективность

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

12. Пусть $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ — последовательности. Обозначим через E_x, E_y множества значений, а через L_x, L_y — множества частичных пределов последовательностей $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ соответственно. Тогда

A если $E_x \subset E_y$ и последовательность $\{y_n\}$ сходится, то последовательность $\{x_n\}$ сходится

B если $E_x \subset E_y$ и последовательность $\{x_n\}$ расходится, то последовательность $\{y_n\}$ расходится

C если $E_x \subset E_y$, то $L_x \subset L_y$

D если $L_y = \{b\}$ и $L_x \subset L_y$, то последовательность $\{x_n\}$ сходится

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

13. Дана функция $f(x,y) = e^{-xy}$ и множество $M = \{(x,y)\colon x^2+4y^2=1\}$. Тогда

A функция $f(x,y)$ на множестве M достигает наибольшего значения в единственной точке

B точка $(1,0)$ является точкой локального минимума функции $f(x,y)$ на множестве M

C точка $\bigl(1/\sqrt{2}, 1/2\sqrt{2}\bigr)$ является точкой наименьшего значения функции $f(x,y)$ на множестве M

D число локальных максимумов функции $f(x,y)$ на множестве M нечетно

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Предел $\lim\limits_{n\to\infty}\left(-1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ равен

A e

B $1/e$

C 1

D -1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

15. Дана функция $f(x,y) = x^3+4xy-y^2+2x+y-2$. Тогда

A значения функции $f(x,y)$ ограничены сверху и не ограничены снизу

B значения функции $f(x,y)$ ограничены снизу и не ограничены сверху

C точка $(-2,-7/2)$ является точкой локального максимума функции $f(x,y)$

D точка $(-2/3,-5/6)$ является точкой локального минимума функции $f(x,y)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

16. Дана функция $f(x) = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}$. Тогда

A функция $f(x)$ является нечетной

B прямая $y = x-2$ является наклонной асимптотой графика функции $f(x)$

C функция $f(x)$ имеет две точки локального экстремума

D на множестве $(-\infty,-1)$ функция $f(x)$ убывает

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

17. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty} x\bigl(\sqrt{x+\cos x}-\sqrt{x+\sin x}\bigr)$ равен

A $\dfrac{1}{2}$

B $-\dfrac{1}{2}$

C $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

D $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

18. Интеграл $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{dx}{1+e^x}$ равен

A $\quad 1$

B $\quad 1-\ln(1+e)$

C $\quad 1+\ln\dfrac{2}{1+e}$

D $\quad 1+\ln\left(\dfrac{1+e^{-1}}{2}\right)$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

19. Дана система уравнений

$$\begin{cases} ax + \ \ 3y = 1, \\ 4x + 3ay = 2, \end{cases}$$

где a — вещественный параметр. Тогда

A $\quad$ при любом $a \in [-4,-1]$ система имеет решение

B $\quad$ при любом $a \in [1,4]$ система имеет единственное решение

C $\quad$ существует такое $a > 0$, что система имеет бесконечное множество решений

D $\quad$ существует такое $a < -1$, что система имеет два решения

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Пусть $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} n\big(\sqrt[n]{2x^2+x+4}-1\big)$. Тогда

A $\quad$ область определения функции $f(x)$ — ограниченное множество

B $\quad$ функция $f(x)$ имеет два локальных экстремума

C $\quad f'(1) = 5/7$

D $\quad f(x) < 0$ при $x \in (-4,-2)$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

21. Даны векторы

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ x \\ -1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ x \end{pmatrix},$$

где x — вещественное число. Тогда эти векторы

A $\quad$ линейно независимы при любом x

B $\quad$ линейной зависимы ровно при одном значении x

C $\quad$ линейной зависимы ровно при двух значениях x

D $\quad$ линейной зависимы ровно при трех значениях x

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

22. Пусть M — множество сходимости функционального ряда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{2}{2x+1}\right)^n$. Тогда

A $\quad M = (-\infty,-3/2) \cup [1/2,+\infty)$

B $\quad M = (-\infty,-1/2) \cup [3/2,+\infty)$

C $\quad M = (-\infty,1/2) \cup [2,+\infty)$

D $\quad M = (-\infty,-3/2) \cup [-1/2,+\infty)$

E $\quad$ множество M не совпадает ни с одним из множеств, перечисленных в A, B, C, D

23. Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ равен

A -1

B 0

C 1

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

24. Множество таких x, при которых линейные оболочки систем векторов $X = \{(1,0,1)^T, (0,1,0)^T\}$ и $Y = \{(x,0,1)^T, (0,x,1)^T, (1,0,1)^T\}$ совпадают, есть

A $\varnothing$

B $\{0\}$

C $\{1\}$

D $\{2\}$

E множество отличное от перечисленных в A, B, C, D

25. Множество таких α, при которых матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha & 1 \\ 3\alpha & 1 & 3\alpha \\ 1 & \alpha & 1 \end{pmatrix}$ задает положительно определенную квадратичную форму $f(x) = x^T A x$, есть

A $\left(-\sqrt{2/3}, \sqrt{2/3}\right)$

B $(-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$

C $(-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$

D $(-1/2, 1/2)$

E множество отличное от перечисленных в A, B, C, D

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2021 г. для прикладных программ

Код 00000

1. D	**2.** A	**3.** C	**4.** C	**5.** C
6. A	**7.** D	**8.** C	**9.** C	**10.** C
11. C	**12.** E	**13.** C	**14.** E	**15.** C
16. B	**17.** E	**18.** A	**19.** C	**20.** C
21. D	**22.** A	**23.** E	**24.** A	**25.** D

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (12 марта 2022 г.)

Фамилия, имя, отчество ______________________ Код *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Предел $\lim\limits_{x\to 0+}\left(\ln\dfrac{1}{x}\right)^x$ равен

A 0

B 1

C e

D $e/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

2. Пусть

$$f(x) = \begin{cases} x^3\sin(1/x^3), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Тогда $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ равен

A 0

B 1

C 2

D -1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

3. Дана функция $f(x,y) = xy$ и множество $M = \{(x,y)\colon x + y^3 = 0\}$. Тогда

A функция $f(x,y)$ на множестве M ограничена снизу

B функция $f(x,y)$ на множестве M имеет один локальный минимум

C функция $f(x,y)$ на множестве M достигает наибольшего значения в одной точке

D функция $f(x,y)$ на множестве M достигает наибольшего значения в двух точках

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

4. Решением уравнения $\ln x = \displaystyle\int_e^{e^2} \ln y \, dy$ является число

A e^{2e}

B e^{e^2}

C e^2

D $2e^4$

E отличное от перечисленных в A, B, C, D

5. Предел $\lim\limits_{x\to 0}(2^x - 1)\operatorname{ctg} x$ равен

A 0

B 1

C $\ln 2$

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

6. Пусть A и B — случайные события, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$. Какие из утверждений I, II, III являются ложными при любых таких A и B?

I. События A и B независимые.

II. События A и B несовместные.

III. $P(A \mid B) = 1$.

A только I, II

B только III

C только II, III

D только II

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не дает правильного набора ответов

7. Из стандартной карточной колоды, содержащей 52 карты, последовательно без возвращения выбираются две карты. Известно, что первая карта красной масти. Вероятность того, что вторая карта «туз», равна (укажите ближайшее число)

A 0.12

B 0.20

C 0.01

D 0.08

E 0.25

8. В коробке 4 черных и 6 красных шаров. Последовательно без возвращения из коробки извлекаются 3 шара. Пусть X — число черных шаров в выборке. Тогда

A величина X имеет биномиальное распределение

B $P(X = 0) = 0.216$

C $P(X = 1) = 0.5$

D $P(X = 3) = 0.064$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

9. Известно, что социологическим опросам доверяют 60% жителей региона. Те, кто доверяют опросам, всегда отвечают искренне; те, кто не доверяют, отвечают наугад. Социолог включил в анкету вопрос «Доверяете ли вы социологическим опросам?» Случайно выбранный житель региона ответил на этот вопрос «Да». Вероятность того, что он действительно доверяет социологическим опросам, равна (укажите ближайшее число)

A 0.65

B 0.70

C 0.75

D 0.80

E 0.85

10. Прибор состоит из двух блоков. Время работы каждого блока до первой поломки случайно и имеет показательное распределение с плотностью

$$f(t, \lambda_i) = \begin{cases} \lambda_i e^{-\lambda_i t}, & t \geqslant 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases}$$

$\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.1$, и блоки выходят из строя независимо друг от друга. Прибор выходит из строя, если ломается хотя бы одни блок. Тогда среднее время работы прибора до первой поломки равно

A 0.4

B 3.67

C 2.5

D 1.75

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

11. У неправильной монеты вероятность выпадения орла при однократном подбрасывании равна 1/3. Монета подброшена пять раз и выпало два орла. Вероятность того, что орлы появились при первом и третьем подбрасывании равна (укажите ближайшее число)

A 0.06

B 0.25

C 0.33

D 0.10

E 0.40

12. Нулевая гипотеза $H_0\colon \theta = 0.5$ относительно параметра θ распределения генеральной совокупности тестируется против альтернативы $H_1\colon \theta = 0.8$. Известно, что мощность теста равна 0.8. Какие из утверждений I, II, III истинные?

I. Вероятность ошибки первого рода равна 0.1.
II. Если гипотеза H_1 верна, то вероятность не отвергнуть гипотезу H_0 равна 0.2.
III. Вероятность ошибки второго рода равна 0.3.

A ни одно из I, II, III

B только I

C только II

D только III

E I, II, III

13. Таблица задает совместное распределение случайных величин X, Y:

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 1$	0.1	0.1	0.2
$X = 3$	0.2	0.3	0.1

Условное математическое ожидание $E(X|Y = 4)$ равно

A 1.75

B 2

C 2.25

D 2.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

14. Наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4/4 - x^3 - x^2/2 + 3x - 1$ на отрезке $[-2, 3]$ равны соответственно

A 2 и $-9/4$

B 3 и $-13/4$

C 3 и $3/4$

D $9/4$ и $-9/4$

E числам, отличным оп перечисленных в A, B, C, D

15. Функция $f(x) = x - 2x^3 + x^5$ при $x \in \boldsymbol{R}$ имеет

A один локальный максимум

B два локальных максимума

C три локальных максимума

D четыре локальных максимума

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

16. Пусть $f\colon \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$ — непрерывная функция такая, что $f(2) = -2$ и $f(-2) = 2$. Выберите *ложное* утверждение:

A уравнение $f(x) = 1$ имеет решение

B уравнение $f(x) = x$ имеет решение

C уравнение $f(x) = x^2$ имеет решение

D уравнение $f(x) = x^3$ имеет решение

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

17. Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \sqrt{2x+1}}{e^x - x - 1}$ равен

A -1

B 1

C -2

D 2

E величине, отличной от A, B, C, D, или не существует

18. Интеграл $\int_0^{10\pi} |\sin x + \cos x| dx$ равен

A 10

B 10π

C 20

D $20\sqrt{2}$

E величине, отличной от A, B, C, D, или не существует

19. Интеграл

$$\int_0^1 \frac{dx}{3x^2 - 14x + 15}$$

равен

A $\frac{1}{2}(\ln 5 - \ln 3)$

B $\frac{1}{4}(\ln 5 - \ln 3)$

C $\frac{1}{2}(\ln 5 + 2\ln 3 + 2\ln 2)$

D $\frac{1}{4}(\ln 5 + 2\ln 3 + 2\ln 2)$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

20. Сумма интегралов

$$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{x^3\,dx}{(x+1)^3} + 3\int_{-1/2}^{1/2} \frac{x^2\,dx}{(x+1)^3} + 3\int_{-1/2}^{1/2} \frac{x\,dx}{(x+1)^3}$$

равна

A $4/9$

B $7/9$

C $-4/9$

D $-7/9$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

21. Функция $f(x,y) = x^2 + (y-1)^2$ на множестве $\{(x,y) \in \boldsymbol{R}^2 \colon 2x + 3y = 1\}$

A достигает наименьшего значения в точке $(x,y) = (-4/13, -7/13)$

B достигает наибольшего значения в точке $(x,y) = (4/13, 7/13)$

C достигает наибольшего значения в точке $(x,y) = (-4/13, 7/13)$

D достигает наименьшего значения в точке $(x,y) = (-4/13, 7/13)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

22. Пусть

$$x = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix}-1\\ \alpha\\ 0\end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix}1\\0\\ \alpha\end{pmatrix},$$

где α — вещественный параметр. Тогда линейная оболочка системы $\{x, y, z\}$ не совпадает с $\boldsymbol{R}^3$, если

A $\alpha = 0$

B $\alpha = 1$

C $\alpha = 2$

D $\alpha = 3$

E $\alpha = 4$

23. Ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 2 & 2\end{pmatrix}$$

равен

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

24. Дана квадратная матрица A порядка $n \geqslant 2$, ранг которой меньше n. Найдите *ложное* утверждение:

A строки матрицы A линейно зависимые

B матрица A вырожденная

C существует матрица A^{-1}

D определитель матрицы A равен нулю

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

25. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix}\alpha & 0 & 1\\ 0 & \alpha & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Тогда множество тех α, для которых квадратичная форма $f(x) = x^T Ax$ положительно полуопределена, есть

A $(1, +\infty)$

B $[1, +\infty)$

C $(0, +\infty)$

D $[0, +\infty)$

E ни одно из множеств, перечисленных в A, B, C, D, не является множеством α, для которых форма положительно полуопределена

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 12 марта 2022 г. для прикладных программ

Код 00000

1. B	**2.** A	**3.** C	**4.** B	**5.** C
6. C	**7.** D	**8.** C	**9.** C	**10.** C
11. D	**12.** C	**13.** D	**14.** B	**15.** B
16. C	**17.** D	**18.** D	**19.** B	**20.** D
21. D	**22.** A	**23.** C	**24.** C	**25.** B

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (4 июня 2022 г.)

Фамилия, имя, отчество — Код

______________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Дана функция $f(x) = xe^{-|x-1|}$. Тогда

A наибольшее значение функции $f(x)$ равно $2/e$, наименьшего значения нет

B наименьшее значение функции $f(x)$ равно $-2/e^3$, наибольшего значения нет

C наименьшее значение функции $f(x)$ равно $-1/e^2$, наибольшее значение равно 1

D функция $f(x)$ не достигает ни наибольшего, ни наименьшего значений

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

2. Из коробки, содержащей 6 белых и 8 черных шаров наугад удаляют один шар. После этого наугад извлекают шар. Вероятность того, что этот шар окажется белым, равна

A $39/91$

B $41/90$

C $38/93$

D $29/82$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

3. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & \text{если } x \in [0,1], \\ 0, & \text{если } x \notin [0,1]. \end{cases}$$

Тогда дисперсия $\mathrm{Var}(X)$ равна (укажите ближайшее число)

A 0.044

B 0.028

C 0.035

D 0.050

E 0.018

4. Пусть A, B — случайные события. Известно, что $P(A \cup B) = 0.7$, $P(A \cup \overline{B}) = 0.9$, где $\overline{B}$ — событие, противоположное событию B. Тогда вероятность $P(A)$ равна

A $\quad$ 0.4

B $\quad$ 0.5

C $\quad$ 0.6

D $\quad$ 0.65

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

5. Пусть X, Y — случайные величины, $a \neq 0$, $b \neq 0$, c, d — константы. Через $\operatorname{corr}(X, Y)$ обозначается коэффициент корреляции величин X и Y. Тогда

A $\quad$ $\operatorname{corr}(aX + c, bY + d) = ab \operatorname{corr}(X, Y)$

B $\quad$ $\operatorname{corr}(aX + c, bY + d) = |ab| \operatorname{corr}(X, Y)$

C $\quad$ $\operatorname{corr}(aX + c, X) = 1$

D $\quad$ $|\operatorname{corr}(aX + c, bY + d)| = |\operatorname{corr}(X, Y)|$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

6. Генеральная совокупность X равномерно распределена на отрезке $[-\theta, \theta]$, где $\theta > 0$ — параметр. Тестируется гипотеза $H_0\colon \theta = 1$ против альтернативы $H_1\colon \theta = 2$. Имеется одно наблюдение X_1, и гипотеза H_0 отвергается в пользу альтернативы H_1, если $|X_1| > c$. Число c выбирается так, чтобы уровень значимости теста был равен 0.05. Тогда мощность теста равна (укажите ближайшее число)

A $\quad$ 0.950

B $\quad$ 0.775

C $\quad$ 0.475

D $\quad$ 0.525

E $\quad$ 0.645

7. Предел $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1 - x^2) - 2\cos x + 2}{1 - e^{x^2} + x \sin x}$ равен

A $\quad$ $-4/5$

B $\quad$ $5/8$

C $\quad$ $-4/9$

D $\quad$ $7/8$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

8. Пусть $f(x) = (\operatorname{tg} x)^x$. Тогда производная $f'(x)$ равна

A $\quad$ $\operatorname{tg} x \cdot \ln(\operatorname{tg} x) + \dfrac{x (\operatorname{tg} x)^x}{\cos^2 x}$

B $\quad$ $(\operatorname{tg} x)^{x-1} \left(\operatorname{tg} x \cdot \ln(\operatorname{tg} x) + \dfrac{x}{\cos^2 x} \right)$

C $\quad$ $(\operatorname{tg} x)^x \cdot \ln(\operatorname{tg} x) + \dfrac{x}{\cos^2 x}$

D $\quad$ $(\operatorname{tg} x)^{x-1} \dfrac{x}{\cos^2 x}$

E $\quad$ функции, отличной от перечисленных в A, B, C, D

9. Дана функция $f(x) = -(a^2+1)x^2 + (2a+3)x - 2$. Тогда множество a таких, что уравнение $f(x) = 0$ имеет два корня, и эти корни лежат по разные стороны от точки $x = 1$, есть

A $(0, 2)$

B $(-1, 3)$

C $(-4, -1)$

D $(2, 4)$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

10. Неопределенный интеграл $\int \frac{2x+3}{e^x}\,dx$ равен

A $-\frac{2x+5}{e^x} + C$

B $-\frac{x^2+3x}{e^{2x}} + C$

C $\frac{x^2}{e^x} - \frac{3x}{e^{2x}} + C$

D $\frac{x^2+x-1}{e^x} + C$

E семейству функций, отличному от перечисленных в A, B, C, D

11. Неопределенный интеграл $\int \frac{13-6x}{6+x-x^2}\,dx$ равен

A $\ln|x+3| + 3\ln|x-2| + C$

B $2\ln|x-3| - 3\ln|x+2| + C$

C $\ln|x-3| + 5\ln|x+2| + C$

D $13\ln|x-3| + 6\ln|x+2| + C$

E семейству функций, отличному от перечисленных в A, B, C, D

12. Предел

$$\lim_{x\to+\infty}\bigl(\ln(x^2+3x+5) - 2\ln(8+2x)\bigr)$$

равен:

A $\ln 2$

B $-\ln 2$

C $2\ln 2$

D $-2\ln 2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

13. Функция $y(x)$ задана как неявная функция в окрестности точки $(1, 1)$ при помощи уравнения

$$3x^2 - 2xy + 5y^2 - 3x - 3y = 0.$$

Тогда касательная к графику функции $y(x)$ в точке $x = 1$ пересекается с осью Ox в точке:

A $x = 1$

B $x = 3$

C $x = 6$

D $x = 9$

E в точке, отличной от перечисленных в A, B, C, D, либо точки пересечения с осью Ox не существует

14. Сумма интегралов

$$\int_0^1 \frac{x^2\,dx}{x^3+1} - \int_0^1 \frac{x\,dx}{x^3+1} + \int_0^1 \frac{dx}{x^3+1}$$

Тогда:

A $1+\ln 2$

B $\ln 2$

C $1-\ln 2$

D $1+2\ln 2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

15. Интеграл

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{1+\cos x}\,dx$$

равен

A $1/2$

B 1

C $3/2$

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

16. Интеграл

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg}^3 x + \cos x\,\sin x}{1+\operatorname{tg}^2 x}\,dx$$

равен

A -1

B $-1/2$

C 0

D $1/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

17. Последовательность вещественных чисел $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ удовлетворяет равенству $x_{nk} = \dfrac{x_n}{k}$ при всех натуральных n и k. Тогда

A последовательность $\{x_n\}$ возрастающая

B последовательность $\{x_n\}$ сходится

C ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x_n$ сходится условно

D ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n$ сходится абсолютно

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

18. Предел $\lim\limits_{x\to 0+} \dfrac{\ln(e^x - x - 1)}{\ln x}$ равен

A 0

B $1/2$

C 1

D 2

E величине, отличной от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

19. Дана система векторов $X = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинны?

I. Система X линейно независимая.
II. При удалении любых двух векторов из X система станет линейно независимой.
III. При удалении любых трех векторов из X система станет линейно независимой.

A ни одно из I, II, III

B только II

C только III

D только II и III

E I, II и III

20. Пусть матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, а b — столбец длины 3. Тогда

A при любом b система линейных уравнений $Ax = b$ имеет бесконечно много решений

B при любом b система линейных уравнений $Ax = b$ имеет не более одного решения

C при $b = 0$ множество решений системы линейных уравнений $Ax = b$ — двумерное подпространство

D при $b = 0$ множество решений системы линейных уравнений $Ax = b$ — одномерное подпространство

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

21. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 3 \\ 4 & -3 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$. Тогда

A число 1 является собственным числом матрицы A

B число 2 является собственным числом матрицы A

C число 3 является собственным числом матрицы A

D число 4 является собственным числом матрицы A

E число 5 является собственным числом матрицы A

22. Пусть A — матрица, задающая оператор проектирования в $\boldsymbol{R}^n$, где $n \geqslant 2$. Через I обозначим единичную матрицу. Тогда

A $A + I$ задает оператор проектирования в $\boldsymbol{R}^n$

B $A - I$ задает оператор проектирования в $\boldsymbol{R}^n$

C $I - A$ задает оператор проектирования в $\boldsymbol{R}^n$

D $-A$ задает оператор проектирования в $\boldsymbol{R}^n$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

23. Квадратичная форма в $\boldsymbol{R}^3$ задана симметричной матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & \alpha & -1 \\ \alpha & 1 & -\alpha \\ -1 & -\alpha & 1 \end{pmatrix}$, где α — вещественный параметр. Тогда множество тех α, при которых данная квадратичная форма знакопеременная, есть

A $\varnothing$

B $(-2, 2)$

C $(-1, 1)$

D $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

E $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

24. Функция $f(x, y) = (x-1)^2 + y^2$ на множестве $\{(x, y) \in \boldsymbol{R}^2 \colon 2x^2 + y^2 = 3\}$

A достигает наибольшего значения в точке $(x, y) = (-1, 1)$

B достигает наибольшего значения в точке $(x, y) = (1, 1)$

C достигает наименьшего значения в точке $(x, y) = (-1, -1)$

D достигает наибольшего значения в точке $(x, y) = (\sqrt{3/2}, 0)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

25. Какие из следующих утверждений (I, II, III) являются истинными?

I. Пусть X — случайная величина, математическое ожидание $\mathrm{E}(X) = 6$, дисперсия $\mathrm{Var}(X) = 9$. Тогда величина $Y = \dfrac{X-6}{3}$ является стандартной нормальной случайной величиной.

II. Дисперсия любой несмещенной оценки некоторого параметра не превосходит дисперсии любой смещенной оценки этого параметра.

III. Биномиальная случайная величина и нормальная случайная величина могут быть независимыми.

A только I

B только II

C только III

D только II и III

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D не дает правильный набор ответов

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 4 июня 2022 г. для прикладных программ

Код 00000

1. C	**2.** A	**3.** D	**4.** C	**5.** D
6. D	**7.** D	**8.** B	**9.** A	**10.** A
11. C	**12.** D	**13.** C	**14.** B	**15.** D
16. C	**17.** B	**18.** D	**19.** A	**20.** D
21. A	**22.** C	**23.** E	**24.** A	**25.** C

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2022)

Фамилия, имя, отчество ______________________ Код *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $f(x) = x^3$ и $g(x) = 2x - x^2$ при $x \leqslant 0$, равна

A $8/3$

B 3

C $4/3$

D $2/3$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

2. Предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^5 - 1 - 5x}{x^2 + x^5}$ равен

A 0

B 5

C 10

D 20

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

3. Предел $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt[3]{(x-1)(x-2)(x-3)} - x \right)$ равен

A 0

B -1

C -2

D -3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

4. Дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, причем $b > 0$. Пусть $x_1 < x_2$ — его корни. Тогда $\lim\limits_{a \to 0} x_2$ равен

A $\quad -\dfrac{c}{b}$

B $\quad \dfrac{c}{2b}$

C $\quad -\dfrac{2c}{b}$

D $\quad -\dfrac{c}{4b}$

E $\quad$ выражению, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

5. Пусть $\hat{\theta}$ — несмещенная оценка скалярного параметра θ. Тогда

A $\quad \hat{\theta}^2$ — несмещенная оценка параметра θ^2

B $\quad \sqrt{\hat{\theta}}$ — несмещенная оценка параметра $\sqrt{\theta}$

C $\quad -\hat{\theta}$ — несмещенная оценка параметра $-\theta$

D $\quad |\hat{\theta}|$ — несмещенная оценка параметра $|\theta|$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

6. Неопределенный интеграл $\displaystyle\int \frac{1+x^4}{1-x^4}\,dx$ равен

A $\quad -x - \dfrac{1}{4}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| + \dfrac{1}{2}\operatorname{arctg} x + C$

B $\quad -x - \dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| + \operatorname{arctg} x + C$

C $\quad -x - \sqrt{x^2-1} - \operatorname{arctg} x + C$

D $\quad -x - \dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right| + C$

E $\quad$ семейству функций, отличному от перечисленных в A, B, C, D

7. Предел $\lim\limits_{x \to -2}(5+2x)^{1/(x^3+8)}$ равен

A $\quad \sqrt[12]{e}$

B $\quad \sqrt[6]{e}$

C $\quad 1/\sqrt[8]{e}$

D $\quad 1/\sqrt[4]{e}$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

8. Фокусник предлагает троим зрителям задумать любое число от 1 до 10. Выбор каждым из зрителей любого числа из заданных равновозможен. Вероятность того, что у кого-то из них задуманные числа совпадут, равна

A $\quad$ 0.52

B $\quad$ 0.28

C $\quad$ 0.34

D $\quad$ 0.48

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

9. Плотность распределения случайной величины X задается равенствами

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{10}|x+1|, & |x| \leqslant 3, \\ 0, & |x| > 3. \end{cases}$$

Тогда математическое ожидание $\mathrm{E}(X)$ равно

A 17/15

B 7/12

C 13/15

D 9/14

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

10. Ребро куба измеряется с ошибкой. Результат измерения — случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[1, 1.5]$. Тогда ожидаемое значение объема куба равно (укажите ближайшее число)

A 3.0

B 2.8

C 2.5

D 2.2

E 2.0

11. Пусть Y, Z — две независимые несмещенные оценки параметра θ с дисперсиями σ^2 и $4\sigma^2$ соответственно. Какие из утверждений I, II, III являются истинными?

I. Оценка Y^2 является несмещенной оценкой параметра θ^2.
II. Оценка $W = Y \cdot Z$ является несмещенной оценкой параметра θ^2.
III. Дисперсия $\mathrm{Var}(Y \cdot Z)$ равна $4\theta^2\sigma^2 + 4\sigma^4$.

A только I

B только II

C только I и III

D I, II и III

E ни один из вариантов A, B, C, D не дает правильного набора ответов

12. Дана функция $f(x,y) = x + y^2$ и множество $M = \{(x,y)\colon x^2 + 4y^2 = 4\}$. Тогда

A число локальных экстремумов функции $f(x,y)$ на множестве M равно трем

B точка $(0,1)$ является точкой локального максимума функции $f(x,y)$ на множестве M

C точка $(2,0)$ является точкой локального минимума функции $f(x,y)$ на множестве M

D наименьшее значение функции $f(x,y)$ на множестве M равно 2

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

13. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Тогда

A   число 1 является собственным значением матрицы A

B   у матрицы A есть два линейно независимых вектора с собственным значением 2

C   вектор $a = (2, 1, 1)^T$ является собственным вектором матрицы A

D   вектор $b = (1, 2, 2)^T$ является собственным вектором матрицы A

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Наименьшее значение функции $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4xy - 5x + 5y - 15$ равно

A $-5/2$

B $-25/2$

C -16

D -31

E   числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

15. Пусть A — невырожденная квадратная матрица порядка 3, удовлетворяющая уравнению $A^2 = 2A - AB$, где

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Тогда

A $\det A = 4$

B   матрица A задает отрицательно определенную квадратичную форму $x^T A x$

C   собственные значения матрицы A равны $\lambda_1 = -3$, $\lambda_2 = -2$, $\lambda_3 = -1$

D $\operatorname{rank} A = 2$

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

16. Дана система уравнений $Ax = b$, где A — квадратная матрица порядка $n \geqslant 2$, x, b — столбцы длины n, причем $\det(A) = 0$. Тогда

A   существует вектор $b \neq 0$, при котором система несовместна

B   существует вектор $b \neq 0$, при котором система совместна

C   существует такой вектор b, при котором решение системы существует и единственно

D   существует вектор b, при котором система имеет ровно два решения

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

17. Пусть A, B — случайные события, $P(B) > 0$, $P(\overline{B}) > 0$, где $\overline{B}$ — событие, противоположное событию B. Тогда

A $P(A|B) + P(\overline{A}|B) = 1$

B $P(A|B) + P(A|\overline{B}) = 1$

C $P(A|B) + P(\overline{A}|\overline{B}) = 1$

D $P(A|\overline{B}) + P(\overline{A}|B) = 1$

E   все четыре утверждения A, B, C, D ложные

18. Коэффициенты b и c квадратного уравнения $x^2 + bx + c = 0$ — независимые случайные величины, равномерно распределенные на отрезке $[-1, 1]$. Вероятность того, что уравнение имеет вещественные корни, равна

A 11/20

B 13/24

C 15/28

D 11/25

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

19. Дана функция $f(x, y) = x^3 + 4xy - y^2 + 2x + y$. Тогда

A функция $f(x, y)$ достигает наименьшего значения и не достигает наибольшего значения

B функция $f(x, y)$ достигает наибольшего значения и не достигает наименьшего значения

C функция $f(x, y)$ имеет не менее двух локальных экстремумов

D точка $(-2, -7/2)$ является точкой локального максимума функции $f(x, y)$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Неопределенный интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}$$

равен

A $\operatorname{arctg}(1 + x) + C$

B $\operatorname{arctg}\left(1 + \dfrac{x}{2}\right) + C$

C $\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}(1 + x) + C$

D $\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(1 + \dfrac{x}{2}\right) + C$

E семейству функций, отличному от перечисленных в A, B, C, D

21. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{2} - \sqrt{x^3 + x^2 + 1}\right)$ равен

A 0

B 1/8

C 1/6

D $+\infty$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

22. Интеграл $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{dx}{e^x + e^{-x} - 2}$ равен

A $\dfrac{2}{e-1}$

B $\dfrac{2}{1-e}$

C $\dfrac{e+1}{e-1}$

D $\dfrac{e+1}{1-e}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

23. Интеграл $\int_0^4 |x^2 - 4x + 3|\,dx$ равен

A 2

B 4

C 4/3

D 8/3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

24. Предел

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sin(x^2 - 2x + 1)}{\operatorname{ctg}^2(\pi x/2)}$$

равен

A $1/\pi^2$

B $2/\pi^2$

C $4/\pi^2$

D $8/\pi^2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

25. Случайная величина X имеет равномерное распределение, среднее значение X равно 1, стандартное отклонение равно $3\sqrt{3}$. Тогда вероятность $\mathrm{P}(X < -2)$ равна

A 1/5

B 1/4

C 1/3

D 1/2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 2022 г. для прикладных программ

Код 00000

1. A	**2.** C	**3.** C	**4.** A	**5.** C
6. B	**7.** B	**8.** B	**9.** C	**10.** E
11. B	**12.** E	**13.** B	**14.** E	**15.** E
16. A	**17.** A	**18.** B	**19.** D	**20.** D
21. A	**22.** E	**23.** B	**24.** C	**25.** C

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (4 марта 2023 г.)

Фамилия, имя, отчество _______________________ Код *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Рассматриваются все прямоугольные треугольники, гипотенуза которых равна 2. Наибольшее значение периметра таких треугольников равно

A $2 + 2\sqrt{2}$

B 5

C $2 + 2\sqrt{3}$

D 6

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

2. Дано квадратное уравнение $x^2 + \dfrac{3}{2}x + a = 0$. Наибольшее целое число a, при котором уравнение имеет вещественный корень, равно

A 1

B 0

C -1

D такого числа не существует

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

3. Система уравнений $\begin{cases} 6x + 5y = 10 \\ 3x + cy = 2 \end{cases}$ не имеет решений. Тогда число c равно

A 2

B 2.5

C 3

D 3.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

4. Наименьшее целое решение неравенства $x < \sqrt{x+1}$ равно

A 1

B 0

C -1

D такого числа не существует

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

5. Шоколадный батончик стоит 5 руб., а леденец стоит 3 руб. Сколько различных наборов, содержащих по крайней мере один батончик и один леденец, можно купить на 90 руб. при условии, что все деньги будут потрачены?

A 8

B 6

C 5

D 10

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

6. В результате торговой акции свитер стоимостью 3000 руб. был уценен на 10%, а рубашка — на 15%. В результате комплект свитер с рубашкой оказался уцененным на 12%. Тогда цена рубашки (до уценки) равна

A 1500 руб.

B 1800 руб.

C 2000 руб.

D 2200 руб.

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

7. Уравнение $x^2 - 6|x| + 3 = 0$

A не имеет корней

B имеет один корень

C имеет два корня

D имеет четыре корня

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

8. Число $\dfrac{35^{-4.7} \cdot 7^{5.7}}{5^{-3.7}}$ равно

A $7/5$

B $7/5^{1.7}$

C $7^{1.7}/5$

D $7/25$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

9. Флакон шампуня стоит 160 руб. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 руб. во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

A 7

B 8

C 9

D 10

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

10. Экзамен включает 30 заданий. За каждое верно выполненное задание студент получает 3 балла, за неверный ответ снимают 2 балла, задание без ответа не приносит баллы и не отнимает их. Какое максимальное количество ошибок мог допустить студент, если в итоге он получил 44 балла?

A 8

B 9

C 10

D 11

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

11. Дано множество $M = \{(x, y)\colon |x| + |y| \leqslant 2\}$. Число точек (x, y) с целочисленными координатами, содержащихся в множестве M, равно

A 10

B 11

C 12

D 13

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

12. В некотором магазине ручка дорожала дважды, первый раз на 12%, второй раз — на 20%. В общей сложности ручка подорожала на 86 руб. Первоначальная стоимость ручки равна

A 250 руб.

B 264 руб.

C 272 руб.

D 280 руб.

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

13. Площадь параллелограмма больше 20, но меньше 30. Тогда его периметр не может быть равен

A 17

B 18

C 22

D 23

E 100

14. Максимальная длина отрезка, являющегося пересечением некоторой прямой и треугольника с координатами вершин $(2, 4)$, $(3, 6)$ и $(0, 2)$, равна

A $\sqrt{5}$

B $\sqrt{8}$

C 5

D 8

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

15. Площадь треугольника с координатами вершин $(0, 1)$, $(1, 0)$ и $(8, 8)$ равна

A $\quad 7$

B $\quad \dfrac{15}{2}$

C $\quad 7\sqrt{2}$

D $\quad \dfrac{15}{\sqrt{2}}$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

16. Графики функций $y = |x+1| - |x-1|$ и $y = x + 1$

A $\quad$ не пересекаются

B $\quad$ пересекаются в одной точке

C $\quad$ пересекаются в двух точках

D $\quad$ пересекаются в трех точках

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

17. Десятичная запись восьмизначного числа n состоит из пяти троек и трех пятерок. Тогда количество возможных вариантов значения n равно

A $\quad 30$

B $\quad 56$

C $\quad 70$

D $\quad 72$

E $\quad$ числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

18. В группе студентов 60% имеют оценки 4 или 5, остальные — оценку 3. Тогда средняя оценка по группе

A $\quad$ больше 3.6

B $\quad$ не больше 4

C $\quad$ меньше 4.2

D $\quad$ не меньше 3.9

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

19. Предприятие за год выпустило 65 автомобилей, причем в октябре было выпущено 8 автомобилей — больше, чем в любом другом месяце, а в январе — только 4 автомобиля — меньше, чем в любом другом месяце. Тогда количество месяцев, в которые было выпущено ровно 5 автомобилей, составляет

A $\quad$ 1 или 2

B $\quad$ 3 или 4

C $\quad$ 5 или 6

D $\quad$ 7 или 8

E $\quad$ 9 или 10

20. Пусть $a = -0.4$. Тогда

A $a < a^2 < a^3$

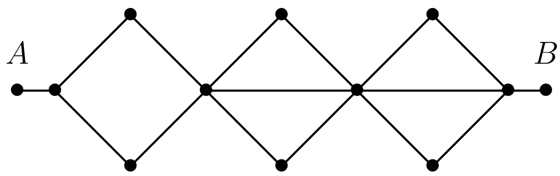
B $a < a^3 < a^2$

C $a^2 < a < a^3$

D $a^2 < a^3 < a$

E $a^3 < a < a^2$

21. На диаграмме изображены всевозможные пути, по которым может двигаться робот. Сколько всего способов добраться из точки A в точку B без повторного прохождения промежуточных точек.



A 6

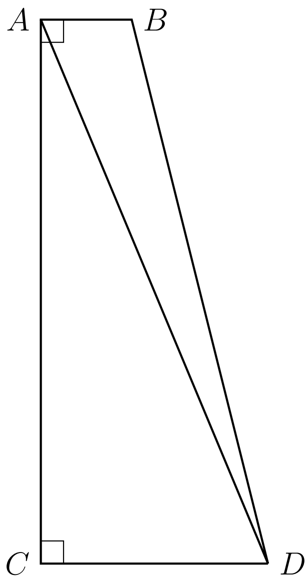
B 9

C 8

D 18

E 27

22. На рисунке изображена трапеция $ABCD$. Известно, что $AB = 2$ см, $CD = 5$ см, $AD = 13$ см. Тогда площадь трапеции равна



A 39 см^2

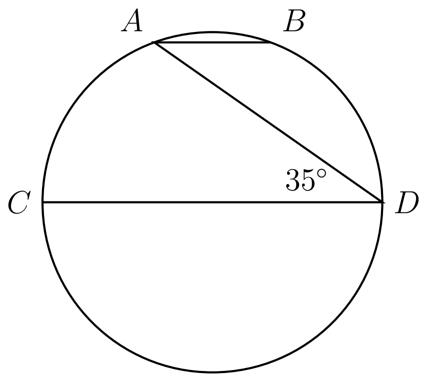
B 40 см^2

C 42 см^2

D 45 см^2

E 46.5 см^2

23. На диаграмме отрезок AB параллелен диаметру CD и длина отрезка CD равна 18 см. Тогда длина дуги AB равна



A 2π см

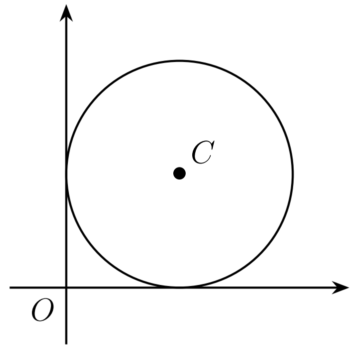
B $9\pi/4$ см

C $7\pi/2$ см

D $9\pi/2$ см

E 3π см

24. Окружность с центром в точке C касается осей координат. Расстояние от начала координат O до точки C равно x. Тогда радиус окружности равен



A $x/2$

B $x/\sqrt{2}$

C x

D $x\sqrt{2}$

E $2x$

25. Решением неравенства

$$\sqrt{2x^2+x} < 1+2x$$

является множество

A $x \leqslant 0$

B $x \geqslant 0$

C $x > -1$

D $x < -1$

E $x \geqslant 1$

26. Уравнение

$$\sqrt{x-a}-\sqrt{x}=1,$$

где a — параметр, имеет единственное решение $x=1$. Тогда значение параметра a равно

A 1

B -2

C 2

D -3

E 3

27. Решение уравнения

$$\log_2(\log_4(x))-\log_4(\log_2(x))=0$$

равно

A 2

B 4

C 8

D 16

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решений

28. Дано уравнение

$$x^{\log_2(2x)}=64.$$

Множество его решений состоит из чисел

A 4

B $1/8$

C 4 и 8

D 4 и $1/8$

E из чисел, отличных от перечисленных в A, B, C, D, или решений уравнения не существует

29. Дано уравнение

$$(3^x+2^x)(3^x+3\cdot 2^x)=8\cdot 6^x.$$

Множество его решений состоит из чисел

A 1 и 3

B 0 и $\log_2(3)$

C 0 и $\log_{3/2}(3)$

D 0 и $\log_{2/3}(3)$

E из чисел, отличных от перечисленных в A, B, C, D, или решений уравнения не существует

30. Если к некоторому натуральному числу приписать справа 1, оно увеличится на 235. Тогда сумма цифр этого числа равна

A 2

B 4

C 6

D 8

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такого натурального числа не существует

31. Из коробки, содержащей 4 белых и 5 черных шаров, наугад без возвращения выбирают 2 шара. Среднее значение числа белых шаров в выборке равно

A 7/18

B 6/15

C 5/12

D 8/9

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

32. По отзывам покупателей Петр Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0.85. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0.9. Петр Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Вероятность того, что ни один магазин не доставит товар, в предположении, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, равна

A 0.015

B 0.020

C 0.025

D 0.050

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

33. В урне лежат пять карточек с номерами 1, 2, 3, 4, 5. Случайным образом из урны вынимают одну карточку, после чего возвращают её обратно. Так делают три раза. С какой вероятностью ровно в одном из трёх случаев число на карте окажется нечётным?

A 1

B 0.524

C 0.432

D 0.288

E 0.146

34. Коля и Миша договорились встретиться на остановке маршрутки в РЭШ между 9 и 10 часами. Каждый, приходя на остановку, ждёт другого 20 минут, а потом уезжает (в РЭШ). Найдите вероятность того, что они встретятся на остановке, если оба выбирают время прихода случайно и равномерно между 9 и 10.

A 1

B 5/9

C 4/9

D 3/8

E 1/3

35. Брошено две игральных кости (с числами от 1 до 6). Найдите условную вероятность того, что выпали две пятёрки, если известно, что сумма чисел делится на пять.

A 1/2

B 1/3

C 1/4

D 1/5

E 1/7

36. События A и B независимы. Найдите *ложное* утверждение.

A события A и $\overline{B}$ независимы

B события $\overline{A}$ и B независимы

C события $\overline{A}$ и $\overline{B}$ независимы

D события $\overline{A}$ и $\overline{B}$ зависимы

E среди утверждений A, B, C, D есть ложное

37. Среди ирландцев 15% рыжих. Среди всего населения мира 5% рыжих. Ирландцев в мире 1%. Найдите вероятность того, что выбранный человек является ирландцем, если известно, что он является рыжим.

A 0.356

B 0.129

C 0.036

D 0.030

E 0.029

38. Случайная величина X подчиняется нормальному распределению с матожиданием 2 и дисперсией 4. Тогда вероятность $P(X < 2)$ равна

A 0.65

B 0.5

C 0.35

D 0.2

E 0.1

39. Пусть случайные величины X и Y независимы, имеют нулевое матожидание и конечные третьи моменты. Тогда математическое ожидание $E((X+Y)^3)$ равна

A $E(X^3) + E(Y^3)$

B $E(X^3) - E(Y^3)$

C $E(X^3) - E(Y^3) + 2E(XY)$

D $E(X^3) + E(Y^3) - 2E(XY)$

E выражению, отличному от перечисленных в A, B, C, D

40. При проведении статистического теста для проверки нулевой гипотезы против альтернативы получено P-значение 0.075. Тогда нулевая гипотеза отвергается, если уровень значимости равен

A 1%

B 2%

C 5%

D любому числу между 5% и 7.5%

E любому числу между 7.5% и 15%

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 4 марта 2023 г. для прикладных программ

Код 00000

1. A	**2.** B	**3.** B	**4.** C	**5.** C
6. C	**7.** D	**8.** A	**9.** B	**10.** A
11. D	**12.** A	**13.** A	**14.** C	**15.** B
16. C	**17.** B	**18.** E	**19.** D	**20.** B
21. D	**22.** C	**23.** A	**24.** B	**25.** B
26. D	**27.** D	**28.** D	**29.** C	**30.** D
31. D	**32.** A	**33.** D	**34.** B	**35.** E
36. D	**37.** D	**38.** B	**39.** A	**40.** E

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (3 июня 2023 г.)

Фамилия, имя, отчество Код

______________________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Пусть p отрицательное нечетное целое число, q — положительное четное целое число. Тогда

A pq — отрицательное нечетное целое число

B p/q — отрицательное нечетное целое число

C $p-q$ — положительное нечетное целое число

D $p+q$ — положительное нечетное целое число

E $q-p$ — положительное нечетное целое число

2. Пусть $x \in (-1, 1)$. Тогда

A $x^3 \leqslant x$

B $x^4 \leqslant x^2$

C $x^2 + x^3 \leqslant 1 - x$

D $x^2 - x^3 \leqslant 1 + x$

E $-x^3 \leqslant x^3$

3. Андрей потратил $1/4$ имеющейся в кошельке суммы на кофе, а потом заплатил за мобильную связь и за такси. То, и другое стоило по $1/3$ оставшейся суммы. Сколько денег было в кошельке изначально, если остался 231 руб?

A 2772 руб

B 1622 руб

C 924 руб

D 870 руб

E 693 руб

4. Андрей вдвое старше Бориса. Шесть лет назад Андрей был в четыре раза старше Бориса. Сколько лет Борису сейчас?

A 3

B 9

C 18

D 20

E Нельзя определить из имеющихся данных

5. На улице расположены 25 домов. Известно, что 10 домов имеют менее 6 квартир, 10 домов имеют более 7 квартир и 4 дома имеют более 8 квартир. Сколько домов имеют 6, 7 или 8 квартир?

A 5

B 7

C 11

D 14

E Нельзя определить из имеющихся данных

6. Известно, что $y + 1/y = 9$. Тогда $y^2 + 1/y^2$ равно

A 76

B 77

C 78

D 79

E 81

7. Дано квадратное уравнение $x^2 + \dfrac{3}{2}x - a^2 = 0$. Наименьшее целое число a, при котором уравнение имеет вещественный корень, равно

A 1

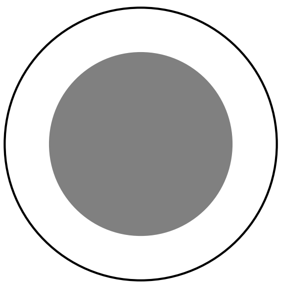
B 0

C -1

D такого числа не существует

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

8. Круглая клумба радиуса 2 м окружена дорожкой шириной 1 м. Тогда площадь дорожки равна



A π м^2

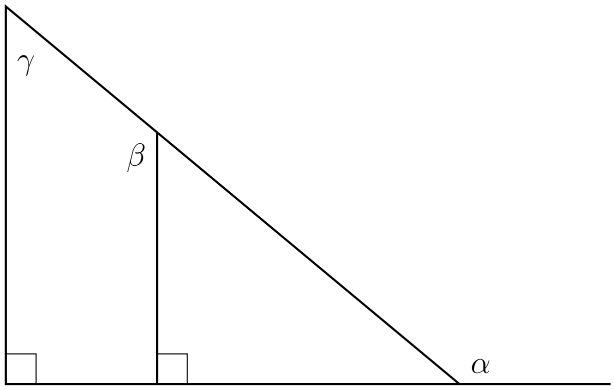
B 2π м^2

C 3π м^2

D 4π м^2

E 5π м^2

9. Угол γ на рисунке равен $50°$. Тогда сумма углов $\alpha + \beta$ равна



A $230°$

B $250°$

C $260°$

D $270°$

E $290°$

10. Множество решений уравнения

$$\sqrt{x^2 - x - 6} \cdot (x^2 + x - 6) = 0$$

равно

A $\{-3, 2, 3\}$

B $\{-3, -2, 2\}$

C $\{-3, -2, 3\}$

D $\{-2, 2, 3\}$

E $\{-3, -2, 2, 3\}$

11. Решение уравнения $25^x = 5 + 4 \cdot 5^x$ равно

A 0

B 1

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решений

12. Сумма решений уравнения

$$\log_{x^2+x-2} 2 = 1/2$$

равна

A -2

B -1

C 0

D 1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решений

13. Функция $f(x) = (\log_2(x^2))^3$ на своей области определения

A возрастает

B является нечетной

C достигает наибольшего значения в одной точке

D достигает наименьшего значения более чем в одной точке

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Дано уравнение

$$(x^2 - 2x - 8)\log_{x^2+x-6}(2) = 0.$$

Множество его корней есть

A $\{-2\}$

B $\{4\}$

C $\{4, -2\}$

D $\{-3, 2\}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D, или корней уравнения не существует

15. Дано уравнение

$$2 \cdot 9^x + 12^x = 16^x.$$

Множество его решений состоит

A из единственного числа $\dfrac{\ln 2}{2\ln 2 + \ln 3}$

B из единственного числа $\dfrac{\ln 2}{2\ln 2 - \ln 3}$

C из двух чисел $\dfrac{\ln 2}{2\ln 2 + \ln 3}$ и $\dfrac{\ln 2}{2\ln 2 - \ln 3}$

D из двух чисел $\dfrac{\ln 2}{2\ln 3 + \ln 2}$ и $\dfrac{\ln 2}{2\ln 2 - \ln 3}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

16. Решением уравнения $\log_5(5 - x) = \log_{25} 9$ является число

A 2

B 3

C 1

D -1

E число, отличное от перечисленных в A, B, C, D

17. Наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$ на отрезке $[-1, 2]$ равно

A -3

B -2

C -1

D 0

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

18. Известно, что $x^2 + y^2 = 1$. Тогда максимальное значение суммы $x + y$ равно

A 1

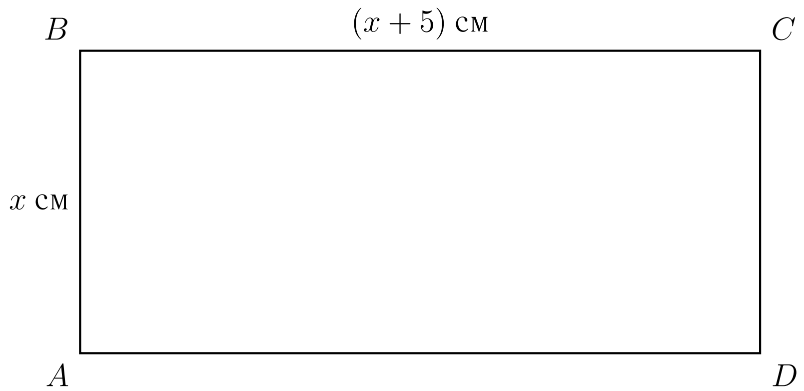
B $\sqrt{2}$

C 2

D $2\sqrt{2}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

19. Одна из сторон прямоугольника $ABCD$ на рисунке ниже равна 4 см. Тогда его площадь равна



A 10 см^2

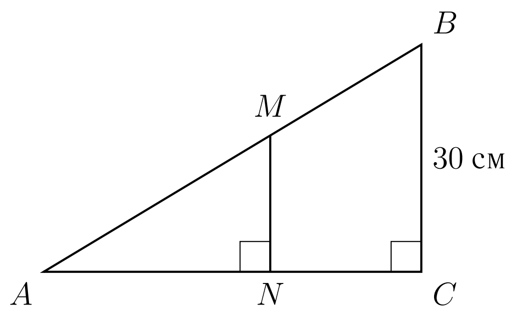
B 18 см^2

C 20 см^2

D 36 см^2

E 40 см^2

20. На рисунке ниже точка M делит сторону треугольника AB в отношении 3 : 2, считая от вершины A. Тогда длина отрезка MN равна



A 12 см

B 18 см

C 20 см

D 24 см

E 32 см

21. Высота стопки из пяти стаканов, вставленных один в другой, равна 34 см, а высота стопки из двух стаканов равна 19 см. Тогда высота стакана в сантиметрах равна

A 12

B 13

C 14

D 15

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

22. Пусть x_1, x_2 — корни уравнения $x^2 - 13x + 9 = 0$. Тогда величина

$$\log_2\left(\frac{(x_1 + x_2 - 1)^2}{x_1 \cdot x_2}\right)$$

равна

A 1

B 2

C 3

D 4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

23. Известно, что $x + y = 3$, а $x \cdot y = 1$. Тогда величина $1 + x^4 + y^4$

A является целым числом и делится на 3

B является целым числом и делится на 5

C является целым числом и делится на 7

D является целым числом и делится на 11

E является целым числом и не делится ни на одно из перечисленных чисел, либо не является целым числом

24. Числа a и b таковы, что

$$\begin{cases} a + b = \sqrt{7}, \\ a - b = \sqrt{3}. \end{cases}$$

Тогда величина $\log_b(a)$ равна

A $\log_7(3)$

B $-\log_7(3)$

C $-\log_3(7)$

D -1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

25. Произведение корней уравнения

$$(x + 3)^4 + (x + 5)^4 = 16$$

равно

A 10

B 12

C 15

D 18

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решений

26. Выражение $\sqrt{1.77777\ldots}$ равно

A $1.11111\ldots$

B $1.22222\ldots$

C $1.33333\ldots$

D $1.44444\ldots$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

27. Множество корней уравнения $\sqrt{-1-4x-x^2} = x+3$ есть

A $x_1 = \dfrac{5-\sqrt{5}}{2}, x_2 = \dfrac{5+\sqrt{5}}{2}$

B $x_1 = \dfrac{-5-\sqrt{5}}{2}, x_2 = \dfrac{-5+\sqrt{5}}{2}$

C $x_1 = \dfrac{-5+\sqrt{5}}{4}$

D $x_1 = \dfrac{-5+\sqrt{5}}{2}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

28. Наибольшее значение функции $f(x) = \dfrac{5x^2+12x}{x}$ на отрезке $[-10, -1]$ равно

A -2

B 5

C -6

D 7

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

29. Сумма первых двадцати членов арифметической прогрессии с разностью $d = -30$ равна 12 300. Тогда первый член прогрессии равен

A 850

B 900

C 930

D 1000

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

30. Число $2 \cdot \sqrt[6]{243} \cdot \sqrt[30]{243}$ равно

A $2 \cdot \sqrt[3]{81}$

B 6

C 12

D 18

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

31. Совместное распределение случайных величин X, Y задано таблицей

		Y		
		3	4	6
X	2	0.05	0.08	0.12
	5	0.15	0.24	0.36

Тогда ковариация случайных величин X, Y равна (укажите ближайшее число)

A 3.2

B 2.8

C 2.5

D 1.2

E 0.0

32. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[a, b]$. Известно, что $\mathrm{E}(X) = 3$, $\mathrm{Var}(X) = 3$. Тогда параметры a, b равны

A $a = 0, b = 6$

B $a = -1, b = 7$

C $a = -2, b = 8$

D $a = -3, b = 9$

E числам, отличным от перечисленных в A, B, C, D, или таких чисел не существует

33. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Первый стрелок попадает в мишень с вероятностью 0.8, второй — с вероятностью 0.9. Результаты выстрелов независимы. Тогда среднее число попаданий равно (укажите ближайшее число)

A 1.4

B 1.5

C 1.6

D 1.7

E 1.8

34. Пусть X_1, X_2, X_3 — выборка размера 3 из генеральной совокупности X, $E(X) = \theta$. Рассматриваются три оценки среднего значения

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1}{3} + \frac{2X_2}{3}, \quad \hat{\theta}_2 = \frac{X_1}{6} + \frac{X_2}{3} + \frac{X_3}{2}, \quad \hat{\theta}_3 = \frac{X_1}{4} + \frac{X_2}{4} + \frac{X_3}{2}.$$

Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинные?

I. Оценки $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ несмещенные, оценка $\hat{\theta}_3$ смещенная.
II. Оценка $\hat{\theta}_2$ эффективнее оценки $\hat{\theta}_1$ по среднеквадратичному отклонению.
III. Оценка $\hat{\theta}_3$ эффективнее оценки $\hat{\theta}_1$ по среднеквадратичному отклонению.

A только I

B только II

C только I и III

D только II и III

E ни один из вариантов A, B, C, D не дает правильного набора ответов

35. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 30% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 90% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Первое яйцо, купленное у этой агрофирмы, оказалось высшей категории. Тогда вероятность того, что оно окажется из первого хозяйства, равна

A $1/8$

B $1/4$

C $1/2$

D $3/4$

E 1

36. Плотность случайной величины X равна

$$f(x) = \begin{cases} a + bx & \text{при } 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Известно, что $\mathrm{P}(X > 1/2) = 3/4$. Тогда математическое ожидание $\mathrm{E}(X)$ равно

A $1/3$

B $1/2$

C $2/3$

D $3/4$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

37. Функция распределения $F(x) = P(X \leqslant x)$ случайной величины X

A в каждой точке области определения должна иметь предел

B в каждой точке области определения должна быть непрерывной

C в каждой точке области определения должна быть непрерывной слева

D в каждой точке области определения должна быть непрерывной справа

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

38. Случайная величина X имеет дисперсию 2 и матожидание 5. Какое из утверждений ниже является истинным?

A стандартное отклонение X равно 3

B медианное значение X меньше 2

C случайная величина X^3 имеет конечное матожидание.

D X по модулю не меньше 1

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

39. Подброшены три правильных игральных кубика. Известно, что на всех трех кубиках выпали разные числа. Вероятность того, что хотя бы на одном кубике выпала шестерка, равна (укажите ближайшее число)

A 0.60

B 0.58

C 0.53

D 0.50

E 0.48

40. На координатной плоскости нарисован квадрат с вершинами в точках $(0, 1)$, $(0, 2)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$. Внутри этого квадрата случайным образом выбирают точку. Какова вероятность того, что сумма координат этой точки больше 2.6?

A 0.02

B 0.04

C 0.06

D 0.08

E 0.16

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 3 июня 2023 г. для прикладных программ

Код 00000

1. E	**2.** B	**3.** C	**4.** B	**5.** C
6. D	**7.** D	**8.** E	**9.** D	**10.** C
11. B	**12.** B	**13.** E	**14.** B	**15.** B
16. A	**17.** B	**18.** B	**19.** D	**20.** B
21. C	**22.** D	**23.** A	**24.** D	**25.** C
26. C	**27.** D	**28.** D	**29.** B	**30.** B
31. E	**32.** A	**33.** D	**34.** D	**35.** C
36. C	**37.** D	**38.** E	**39.** D	**40.** D

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (25 июля 2023 г.)

Фамилия, имя, отчество Код

00000

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Наибольшее значение функции $f(x) = (x-2)^2(x-4)$ на отрезке $[1, 3]$ равно

A 0

B 1

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

2. Касательная, проведенная к графику функции $f(x)$ через точку $(4, 3)$, пересекает ось Oy в точке $(0, 2)$. Тогда производная $f'(4)$ равна

A $1/4$

B $1/2$

C $3/4$

D $4/3$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

3. Решением неравенства $(1/4)^{3-x} \geqslant 2$ является множество

A $[7/2, +\infty)$

B $(-\infty, -7/2]$

C $[5/2, +\infty)$

D $(-\infty, -5/2]$

E отличное от перечисленных в A, B, C, D

4. Андрей и Борис могут покрасить забор за 2 часа, Андрей и Василий — за 3 часа, а Борис и Василий — за 4 часа. За сколько часов Андрей, Борис и Василий покрасят забор втроем?

A за $13/24$ часа

B за 1 час

C за $12/13$ часа

D за $13/12$ часа

E за $24/13$ часа

5. Уравнение $e^x + x - 2 = 0$

A не имеет корней на отрезке $[0, 1]$ и имеет ровно один корень вне отрезка $[0, 1]$

B имеет ровно один корень на отрезке $[0, 1]$ и не имеет корней вне отрезка $[0, 1]$

C имеет ровно один корень на отрезке $[0, 1]$ и имеет ровно один корень вне отрезка $[0, 1]$

D имеет более одного корня на отрезке $[0, 1]$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

6. Множеством решений уравнения $6\log_8^2 x - 5\log_8 x + 1 = 0$ является

A $\{1/3, 1/2\}$

B $\{2\}$

C $\{2, 2\sqrt{2}\}$

D $\{2, 3\}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

7. Множеством решений уравнения $|5 + |x + 2|| = 16$ является множество

A $\{-13, 9\}$

B $\{10\}$

C $\{13\}$

D $\{-12, 10\}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

8. Пусть x_1, x_2 — корни уравнения $x^2 + 2x - 4 = 0$. Тогда число $1/x_1^2 + 1/x_2^2$ равно

A $4\sqrt{5}$

B $3/4$

C $1/2$

D $\dfrac{2\sqrt{5}}{4 + \sqrt{5}}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

9. Решением неравенства $(1/4)^{x - x^2} > 16$ является множество

A $\varnothing$

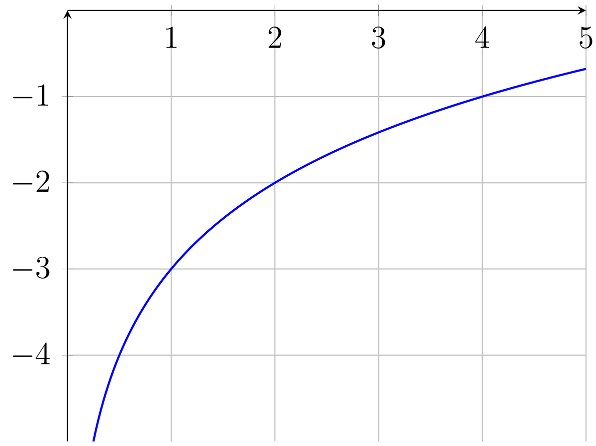
B $(-1, 2)$

C $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

D $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_a x + b$ Тогда число $f(32)$ равно



A 1

B 1.5

C 2

D 2.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

11. Комплект одежды (рубашка, брюки, пиджак) первоначально стоил 10 000 руб. Через неделю после увеличения цены рубашки на 10%, цены брюк на 20% и цены пиджака на 10% комплект стал стоить 11 300 руб. Тогда первоначальная цена брюк в руб. равна

A 2000

B 2500

C 3000

D 3500

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

12. Система уравнений

$$\begin{cases} 2x + y = 0, \\ 3x + ay = 0, \end{cases}$$

имеет бесконечное множество решений. Тогда число a равно

A 1.5

B 2

C -1

D 2.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

13. Треугольник ABC вписан в окружность радиуса 5. Длина стороны AB равна 6. Тогда наибольшая возможная площадь треугольника ABC равна

A 15

B 24

C 27

D 30

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

14. Наименьшее значение функции $f(x) = e^{2x} - 6e^x$ на отрезке $[1, 2]$ равно

A $-e^2$

B -9

C $-3e$

D -6

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

15. Если к некоторому натуральному числу приписать справа 2, оно увеличится на 218. Тогда сумма цифр этого числа равна

A 2

B 4

C 6

D 8

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такого натурального числа не существует

16. Пусть n — нечетное натуральное число, $n > 3$. Тогда сумма

$$1 + 3 + \cdots + n$$

равна

A $(n+1)^2$

B $(n-1)^2$

C $((n+1)/2)^2$

D $((n-1)/2)^2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

17. Выражение

$$\frac{\log_{13} 5}{\log_{13} 7} + \log_7 0.2$$

равно

A 0

B 1

C 2

D 3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

18. Прямая $y = x + 3$ является касательной к кривой $y = ax^2 + 3x + 2$ в некоторой точке $x_0 \in \boldsymbol{R}$ (здесь a — параметр). Тогда значение a равно

A -2

B -1

C $1/3$

D $1/5$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

19. На базаре продаются раки, большие и маленькие. Три больших и один маленький рак сегодня стоят столько же, сколько вчера стоили пять больших, а два больших и один маленький рак сегодня стоят столько же, сколько три больших и один маленький рак вчера. Тогда

A большой и маленький раки сегодня стоят столько же, сколько большой и маленький раки вчера

B три больших и два маленьких рака сегодня стоят столько же, сколько три больших и три маленьких рака вчера

C один большой и два маленьких рака сегодня стоят столько же, сколько пять маленьких вчера

D три больших и четыре маленьких рака сегодня стоят столько же, сколько два больших и восемь маленьких раков вчера

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

20. Множество корней уравнения

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-3}$$

состоит из чисел

A -3

B 2

C -3 и 2

D 3 и -2

E из чисел, отличных от перечсленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решения

21. Известно, что числа $a_1, a_2, \ldots$ составляют бесконечную геометрическую прогрессию с положительными членами, причем

$$a_1 = a_5 \cdot 10^4, \qquad a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 = 1.$$

Тогда сумма членов этой геометрической прогрессии равна

A $100/3$

B $1000/9$

C $10000/3$

D $1000/12$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

22. Дано уравнение

$$1 + 4 + 7 + \cdots + (3m+1) = 70.$$

Тогда сумма цифр числа $3m+1$ равна

A 4

B 6

C 8

D 10

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решений

23. Даны множества

$$A = \{x \in \boldsymbol{R}\colon \text{функция } f(x) = x^2 - x - 6 \text{ строго убывает и отрицательная}\},$$
$$B = \{x \in \boldsymbol{R}\colon \text{функция } g(x) = 8x + 9 - x^2 \text{ строго возрастает и отрицательная}\}.$$

Тогда множество $A \setminus B$ — это множество

A $(-\infty, -2) \cup [-1, 1/2)$

B $(-2, -1)$

C $(-2, 1/2)$

D $[-1, 1/2]$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

24. Функция $y = ax^2 + bx + c$ достигает наибольшего значения $y = 5$ в точке $x = 1$, при этом график этой функции пересекает ось ординат в точке $(0, 4)$. Тогда значение функции в точке $x = -4$ равно

A 0

B -10

C -15

D -20

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо функция в этой точке не определена

25. Сумма корней уравнения $16^{\sin^2 x} + 16^{\cos^2 x} = 10$, лежащих в интервале $(0, \pi/2)$, равна

A $\pi/2$

B $\pi/4$

C $\pi/3$

D $\pi/6$

E другому числу, либо уравнение не имеет корней, лежащих внутри данного интервала

26. Функция $y = 3^{x^3 - 3x^2 - 9x - 4}$ в одной из точек локального максимума принимает значение

A $1/3$

B 1

C $\sqrt{3}$

D 3

E отличное от перечисленных в A, B, C, D, либо функция не имеет точек локального максимума

27. В треугольнике ABC стороны BC и BA равны 10, угол A равен $30°$. Из вершины B проведена биссектриса, которая пересекается со стороной AC в точке D. Тогда длина отрезка BD равна

A 5

B $5\sqrt{2}$

C $5\sqrt{3}/2$

D $5\sqrt{3}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

28. Индивидуальный предприниматель Сидоров в 2010 году получил прибыль 8 тыс. рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 200% по сравнению с предыдущим годом. Тогда за 2010–2014 годы общая сумма его прибыли составила

A 968 тыс. рублей

B 960 тыс. рублей

C 248 тыс. рублей

D 240 тыс. рублей

E другой сумме

29. Множество корней уравнения

$$\log_{x+1}(x+7) = 2$$

состоит из чисел

A -3

B 2

C -3 и 2

D 3 и -2

E отличных от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет корней

30. Решением неравенства

$$\log_{1.79}\left(\sqrt{x^2-3x}\right) - \log_{1.79}\left(x-\sqrt{x}\,\right) \leqslant 0$$

является множество

A $(0,3]$

B $(0,4]$

C $[3,4]$

D $(3,4]$

E отличное от перечисленных в A, B, C, D

31. Четыре футбольные команды, «Орел», «Сокол», «Грач» и «Воробей» играют по системе каждая с каждой. Перед игрой судья бросает монетку, чтобы определить какая команда начинает. Вероятность того, что команда «Сокол» будет начинать не менее двух раз, равна

A 1/4

B 1/3

C 1/2

D 3/4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

32. Симметричную монету бросают сто раз. Вероятность того, что в последние два раза выпадут два орла, равна

A 3/4

B 1/2

C 1/4

D 1/100

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

33. Даны случайные величины X, Y. Известно, что $\mathrm{Var}(X) = 9$, $\mathrm{Var}(Y) = 4$, $\mathrm{corr}(X, Y) = -0.4$ (коэффициент корреляции). Тогда дисперсия $\mathrm{Var}(X - Y)$ равна (укажите ближайшее число)

A 17.8

B 8.2

C 9.8

D 12.2

E 19.2

34. Произведено два измерения X_1, X_2 стороны квадрата. Измерения являются независимыми случайными величинами с математическим ожиданием a (равным истинной длине стороны квадрата) и дисперсией σ^2. Пусть $\hat{S} = X_1X_2$ — оценка площади квадрата. Тогда дисперсия $\mathrm{Var}(\hat{S})$ равна

A $\sigma^4 + 2a^2\sigma^2$

B $\sigma^4 + a^4$

C $2\sigma^4 + a^2\sigma^2$

D σ^4

E выражению, отличному от перечисленных в A, B, C, D

35. Пять поздравительных открыток разным людям случайным образом раскладывают по пяти конвертам с адресами. Тогда вероятность того, что хотя бы три открытки попали в свои конверты, равна (укажите ближайшее число)

A 1

B 0.415

C 0.228

D 0.183

E 0.092

36. На полке случайным образом расставлены 40 разных книг. Среди них есть трёхтомник Пушкина. Тогда вероятность того, что три тома стоят в порядке возрастания номеров томов слева направо (не обязательно подряд), равна (укажите ближайшее число)

A 1

B 0.565

C 0.333

D 0.166

E 0.048

37. Одновременно и независимо бросают четыре игральных кости со сторонами от 1 до 6 и получают числа X_1, X_2, X_3, X_4. Тогда вероятность $P(X_1 > X_2 \mid X_3 > X_4)$ равна (укажите ближайшее число)

A 1

B 0.772

C 0.513

D 0.417

E 0.386

38. В мире вне Норвегии 2% блондинов, а в Норвегии — 75%. Население Норвегии составляет 0.1% от населения мира. Тогда вероятность того, что выбранный человек не является норвежцем, если он блондин, равна (укажите ближайшее число)

A $\quad 0.964$

B $\quad 0.892$

C $\quad 0.751$

D $\quad 0.722$

E $\quad 0.697$

39. Случайная величина X имеет показательное распределение с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geqslant 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Тогда матожидание $E(X \cdot (1 - e^{-X}))$ равно (укажите ближайшее число)

A $\quad 0.93$

B $\quad 0.84$

C $\quad 0.75$

D $\quad 0.66$

E $\quad 0.57$

40. Пусть случайные величины X и Y некоррелированы, имеют ненулевое матожидание и конечные вторые моменты. Тогда величина $E(XY)$ равна

A $\quad E(X) + E(Y)$

B $\quad E(X)E(Y)$

C $\quad (EX^2 + EY^2)/2$

D $\quad (EX^2 + EY^2)/2 - E(X)E(Y)$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 25 июля 2023 г. для прикладных программ

Код 00000

1. A	**2.** A	**3.** A	**4.** E	**5.** B
6. C	**7.** A	**8.** B	**9.** C	**10.** C
11. C	**12.** A	**13.** C	**14.** B	**15.** C
16. C	**17.** A	**18.** B	**19.** C	**20.** B
21. B	**22.** D	**23.** D	**24.** D	**25.** A
26. D	**27.** A	**28.** A	**29.** B	**30.** D
31. C	**32.** C	**33.** A	**34.** A	**35.** E
36. D	**37.** D	**38.** A	**39.** C	**40.** B

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (6 апреля 2024 г.)

Фамилия, имя, отчество Код

_______________________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Известно, что числа $a_1, a_2, \ldots, a_{2k}$ для некоторого натурального $k > 1$ составляют геометрическую прогрессию, причем

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{2k} = X, \qquad \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_{2k}} = Y.$$

Тогда произведение $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{2k}$ равно

A $(XY)^k$

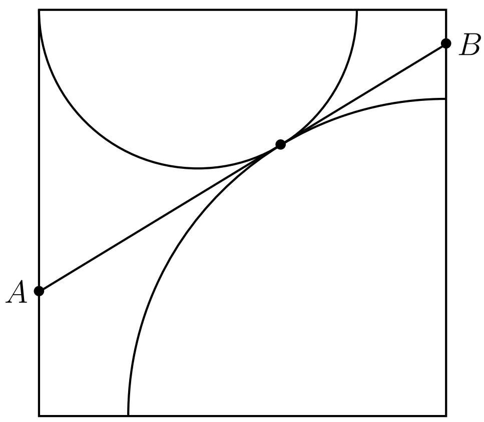
B $(X/Y)^k$

C $(XY)^{k+1}$

D $(X/Y)^{k+1}$

E другому числу либо такой прогрессии не существует

2. Полуокружность радиуса 6 касается четверти окружности радиуса 12, и обе опираются на противоположные стороны квадрата, как показано на рисунке. Тогда длина отрезка AB их общей касательной равна



A $12\sqrt{2}$ см

B $9\sqrt{3}$ см

C 18 см

D $3 + 3\sqrt{17}$ см

E 21 см

3. Четыре числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Сумма первого и четвертого равна 56, сумма второго и третьего равна 24. Тогда сумма первого и второго равна

A 8

B 9

C 10

D 12

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

4. Множество решений неравенства

$$(x^2 - x + 1)^x < 1$$

включает в себя, в частности, следующие точки

A -0.75 и 1.75

B 0.12 и 1.92

C 0.123 и -12

D -1.26 и 1.24

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

5. Выражение $\dfrac{\log_2 48}{3 + \log_2 6}$ равно

A 1

B 2

C 3

D 4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

6. Дано уравнение $\log_{x+1} 2 = 2$. Тогда

A уравнение имеет два корня

B уравнение не имеет корней

C число $\sqrt{2} - 1$ является корнем уравнения

D число $-\sqrt{2} - 1$ является корнем уравнения

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

7. Мастер выполняет заказ за 4 часа, ученик выполняет такой же заказ за 5 часов. За сколько часов выполнят девять таких заказов мастер и ученик, работая вместе (укажите ближайшее число)?

A 18 часов

B 20 часов

C 24 часа

D 27 часов

E 30 часов

8. Наибольшее значение функции $f(x) = -x^3 + x^2 + x + 2$ на отрезке $[0, 2]$ равно

A 2

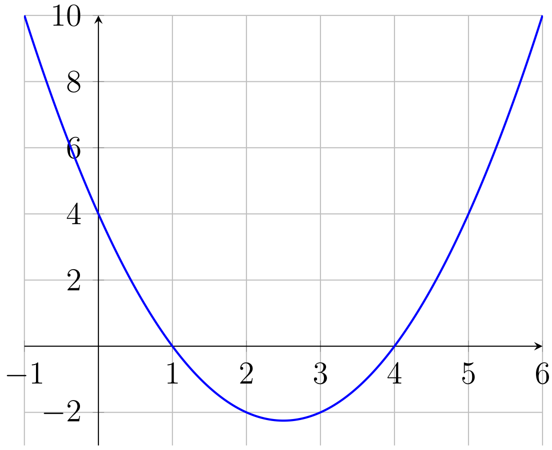
B 3

C 4

D 5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Значение $f(10)$ равно

A 48

B 50

C 52

D 54

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

10. Значение выражения $0.25 : \left(0.25 - 2\frac{1}{3}\right)$ равно

A $-5/28$

B -1.18

C -0.12

D $-4/21$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

11. Некоторый товар в начале месяца подорожал на 20%, а через неделю подешевел на 40%. На сколько процентов в итоге (от первоначальной цены) изменилась цена?

A цена уменьшилась на 28%

B цена уменьшилась на 20%

C цена увеличилась на 10%

D цена уменьшилась на 22%

E цена изменилась на число процентов, отличное от перечисленных в A, B, C, D

12. Значение выражения $\frac{x^2\sqrt[3]{x^3}}{\sqrt[4]{x^{12}}}$ равно

A $\sqrt[12]{x}$

B x

C 1

D -1

E выражению, отличному от перечисленных в A, B, C, D

13. Наибольшее значение функции $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$ на отрезке $[0, 3]$ равно

A 3

B 3.5

C 4

D 4.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

14. Решением неравенства $\sqrt{x-2} < x - 4$ является множество

A $(-\infty, 3) \cup (6, +\infty)$

B $(2, 3) \cup (6, +\infty)$

C $(6, +\infty)$

D $(4, +\infty)$

E отличное от перечисленных в A, B, C, D

15. Функция $f(n)$ задана на множестве натуральных чисел, $f(2) = 3$ и $f(n+1) = f(n) + 1/2$ при всех $n = 1$, 2, 3, ... Тогда значение $f(101)$ равно

A 51

B $103/2$

C 52

D $105/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

16. Пусть x, y — вещественные числа. Тогда число $\frac{x+y+|x-y|}{2}$ равно

A $\max\{x, y\}$

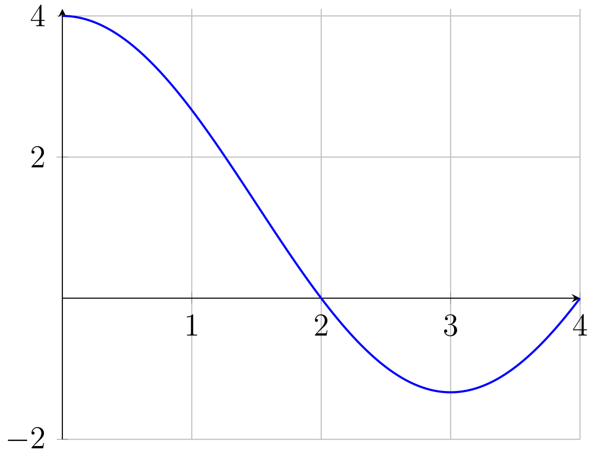
B $\min\{x, y\}$

C $|x + y|$

D $\frac{|x| + |y|}{2}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

17. На рисунке представлен график производной функции $f'(x)$.



Тогда

A $\quad f(0) < f(2) < f(4)$

B $\quad f(0) < f(4) = f(2)$

C $\quad f(0) < f(4) < f(2)$

D $\quad f(4) = f(2) < f(0)$

E $\quad$ все четыре утверждения A, B, C, D ложные

18. Графики функций $f(x) = 2^x$ и $g(x) = x^{12}$

A $\quad$ пересекаются в одной точке

B $\quad$ пересекаются в двух точках

C $\quad$ пересекаются в трех точках

D $\quad$ пересекаются в четырех точках

E $\quad$ пересекаются не пересекаются

19. Множество решений уравнения $\sqrt{x^2+9} - \sqrt{x^2-7} = 2$ есть

A $\quad \varnothing$

B $\quad \{2\}$

C $\quad \{-4, 4\}$

D $\quad \{4\}$

E $\quad$ множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

20. Множеством решений системы уравнений

$$\begin{cases} 1/x \ + 1/y \ = 5, \\ 1/x^2 + 1/y^2 = 13, \end{cases}$$

является

A $\quad \{(1/2, 1/3)\}$

B $\quad \{(1/3, 1/2), (-1/2, -1/3)\}$

C $\quad \{(1/3, 1/2), (1/2, 1/3)\}$

D $\quad \{(-1/3, -1/2), (1/2, 1/3)\}$

E $\quad$ множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

21. Пусть x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 + bx + c = 0$, где $c \neq 0$. Тогда уравнением, корни которого равны $1/x_1$, $1/x_2$, является

A уравнение $x^2 + \dfrac{b}{c}x + \dfrac{1}{c} = 0$

B уравнение $x^2 - \dfrac{c}{b}x + \dfrac{b}{c} = 0$

C уравнение $x^2 + (b + c)x - \dfrac{1}{c} = 0$

D уравнение $x^2 - \dfrac{b}{c^2}x + \dfrac{1}{c} = 0$

E уравнение, отличное от перечисленных в A, B, C, D

22. Дано уравнение

$$10^x = 11^{3-x}.$$

Обозначим через a корень этого уравнения. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинны?

I. $a < 2$
II. $a < 3/2$
III. $a > 3/2$

A только I

B только III

C только I и II

D только I и III

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не дает правильного набора ответов, либо уравнение не имеет корней

23. Число m задано равенством $m = \log_6 2$. Тогда число $\log_{24} 72$ равно

A $\dfrac{2 + 3m}{1 + 2m}$

B $\dfrac{2 + m}{3 + 2m}$

C $\dfrac{2 + m}{1 + 2m}$

D $\dfrac{3 + m}{2 + 3m}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

24. Множество решений неравенства

$$x \cdot 3^x < 18$$

состоит из чисел

A $x > 0$

B $x > 3$

C $x < 3$

D $x < 2$

E из чисел, отличных от перечисленных в A, B, C, D, либо неравенство не имеет решений

25. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $M(t) = M_0 \cdot 2^{-t/T}$, где M_0 — начальная масса изотопа в граммах, t — время в минутах, прошедшее от начального момента, T — период полураспада изотопа в минутах. Через 36 минут после начала наблюдений масса изотопа составляла 1024 грамма, а через 90 минут — 128 граммов. Тогда период полураспада равен

A 12 минут

B 16 минут

C 18 минут

D 24 минуты

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

26. Решение уравнения $3^{9^x} = 9^{3^x}$ равно

A $\log_2 3$

B $\log_3 2$

C $\dfrac{\ln 2}{3}$

D $\dfrac{\ln 3}{2}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

27. Выберите истинное утверждение

A $\sqrt[4]{5} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

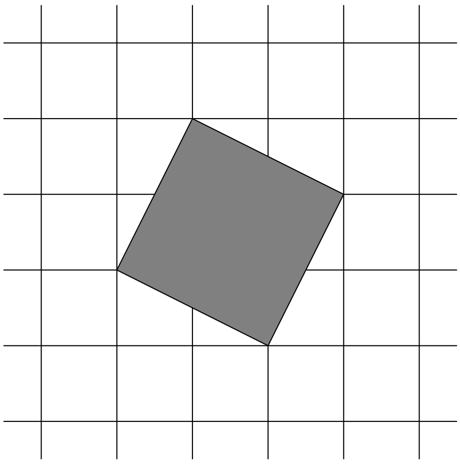
B $\sqrt[3]{3} < \sqrt{2} < \sqrt[4]{5}$

C $\sqrt{2} < \sqrt[4]{5} < \sqrt[3]{3}$

D $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3} < \sqrt[4]{5}$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

28. Плоскость разделена на одинаковые квадраты со стороной 1, как показано на рисунке.



Площадь закрашенной фигуры равна

A 4.5

B 5

C 5.5

D 6

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

29. Значение выражения $\left(\sqrt{5+\sqrt{17}}-\sqrt{5-\sqrt{17}}\right)^2$ равно

A -6

B 0

C 2

D $10-4\sqrt{2}$

E $10-2\sqrt{2}$

30. Известно, что $1 < x < 3$. Какие из следующих утверждений (I, II, III) *ложны*?

I. $x^2 < 2x$ при любом x.
II. $x^2 = 2x$ при любом x.
III. $x^2 > 2x$ при любом x.

A только III

B только I и II

C только I и III

D только II и III

E ни одно из I, II, III

31. Три стрелка независимо стреляют в одну цель. Первый стрелок попадает в цель с вероятностью 0.9, второй — 0.8, третий — 0.7. Тогда среднее число попаданий равно

A 2.6

B 2.4

C 2.2

D 2.1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

32. В коробке находятся 5 шаров красного цвета и 4 шара белого цвета. Наугад выбирают 3 шара. Вероятность того, что все шары будут красного цвета, равна

A $5/42$

B $7/44$

C $11/52$

D $8/57$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

33. На отрезке $[0, 1]$ случайно выбраны 5 точек. Вероятность того, что ровно три точки попадут в отрезок $[1/3, 2/3]$ равна (укажите ближайшее число)

A 0.42

B 0.30

C 0.24

D 0.20

E 0.16

34. При каком минимальном числе подбрасываний правильной монеты вероятность получить хотя бы один герб больше 0.999?

A 8

B 10

C 20

D 40

E при числе подбрасываний, отличном от перечисленных в A, B, C, D

35. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 30% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 90% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Тогда вероятность того, что случайно выбранное яйцо окажется из первого хозяйства, равна

A 1/8

B 1/4

C 1/2

D 3/4

E 1

36. Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более одного года, равна 0.8, а вероятность того, что он прослужит более двух лет, равна 0.6. Какова вероятность того, что мотор прослужит более одного года, но не более двух лет?

A 0.20

B 0.24

C 0.36

D 0.48

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

37. Вероятность рецессии после «инверсии кривой», то есть отрицательной разницы между ставками по 10-летним гособлигациям США и 3-месячным гособлигациям США, равна 1. Кроме того, известно, что среди ирландцев рыжих только 15%. Чему равна вероятность рецессии после «инверсии кривой» при условии, что выбранный в баре в тот же день ирландец оказался рыжим?

A 1

B 0.985

C 0.725

D 0.325

E 0.150

38. Из урны, содержащей 3 белых и 2 чёрных шара, случайно и без возвращения извлекают по одному шару. Тогда вероятность того, что чёрный шар впервые появится после третьего испытания, равна (укажите ближайшее число)

A 0.32

B 0.26

C 0.20

D 0.14

E 0.08

39. Измерительное устройство состоит из двух приборов и работает, если оба прибора исправны. Вероятность того, что первый прибор исправен, равна 90%, а вероятность того, что второй прибор исправен, равна 80%. Тогда

A вероятность того, что устройство исправно, равна 72%

B вероятность того, что устройство исправно, равна 98%

C вероятность того, что устройство исправно, не более 80%

D вероятность того, что устройство исправно, не менее 75%

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

40. Случайная величина X имеет гауссовское распределение с матожиданием 2 и дисперсией 4, а случайная величина Y — гауссовское распределение с матожиданием 1 и дисперсией 2. Тогда

A вероятность $P(X < Y)$ больше 0.6

B вероятность $P(X < Y)$ больше 0.5

C матожидание $E(X - Y)$ меньше 0.4

D дисперсия $\mathrm{Var}(X - Y)$ больше 8

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 6 апреля 2024 г. для прикладных программ

Код 00000

1. B	**2.** C	**3.** A	**4.** C	**5.** A
6. C	**7.** B	**8.** B	**9.** D	**10.** C
11. A	**12.** E	**13.** A	**14.** C	**15.** D
16. A	**17.** C	**18.** C	**19.** C	**20.** C
21. A	**22.** D	**23.** C	**24.** D	**25.** C
26. B	**27.** D	**28.** B	**29.** D	**30.** E
31. B	**32.** A	**33.** E	**34.** B	**35.** D
36. A	**37.** A	**38.** C	**39.** C	**40.** E

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ (1 июня 2024 г.)

Фамилия, имя, отчество — Код

00000

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Известно, что числа a_1, a_2, a_3, a_4 составляют геометрическую прогрессию, причем

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 3(2+\sqrt{2}), \qquad \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} = \frac{3(1+\sqrt{2})}{4}.$$

Тогда произведение $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4$ равно

A 8

B 16

C 24

D 32

E другому числу либо такой прогрессии не существует

2. Наибольшее значение функции $f(x) = 2^{x^2-3|x|+2}$ на отрезке $[-1, 3/2]$ равно

A 4

B 5

C $2\sqrt{2}$

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

3. Решением неравенства

$$(\sqrt{3}+2)^x > 7 + 4\sqrt{3}$$

является множество

A $x > 1$

B $x < 1$

C $1 < x < 2$

D $x > 2$

E другое множество

4. Множество решений системы уравнений

$$\begin{cases} \log_{17}(x^2 - 24) = 0, \\ \log_{6-x} 1 = 0 \end{cases}$$

состоит из чисел

A 3 и 5

B 5 и -5

C только 5

D только -5

E из чисел, отличных от перечисленных в A, B, C, D, либо система уравнений не имеет решения

5. Множество решений уравнения

$$(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 2x - 15)^2 = 0$$

состоит из чисел

A 5 и -5

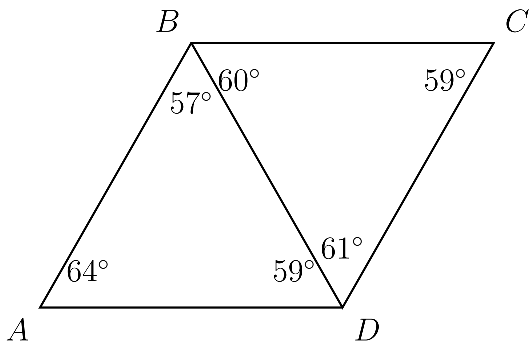
B 5 и 3

C только 5

D только -5

E из чисел, отличных от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решения

6. На рисунке изображен четырехугольник $ABCD$ с проведенной диагональю BD. Какой из пяти приведенных отрезков имеет наибольшую длину?



A AB

B BC

C CD

D AD

E BD

7. Число $2^{\log_6 2} \cdot 2^{\log_6 18}$ равно

A 2

B 4

C $\sqrt{6}$

D $2\sqrt{6}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

8. Функция $f(x) = \dfrac{(x+5)(x-1)+(x-5)\sqrt{x^2-1}}{(x-5)(x+1)+(x+5)\sqrt{x^2-1}}$ при $x > 1$ совпадает с функцией

A $\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$

B $\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$

C $\dfrac{x+5}{\sqrt{x-1}}$

D $\dfrac{x-5}{\sqrt{x+1}}$

E отличной от перечисленных в A, B, C, D

9. При любом n сумма S_n первых n членов последовательности $\{u_n, n = 1, 2, \dots\}$ выражается формулой $S_n = n^2 - 2n$. Тогда девятый член последовательности $\{u_n, n = 1, 2, \dots\}$ равен

A 20

B 17

C 15

D 13

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

10. Один из корней уравнения $x^2 - (2a+1)x + a^2 + 2 = 0$ в два раза больше другого корня. Тогда число a равно

A 5.5

B 4

C 2.5

D -1.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такого числа не существует

11. Решением уравнения $|x-2|^{x^2-2x} = |x-2|^{5x-10}$ является множество

A $\{1, 3, 5\}$

B $\{1, 2, 3, 5\}$

C $\{2, 5\}$

D $\{2, 3, 5\}$

E отличное от перечисленных в A, B, C, D

12. Суммарная стоимость спортивной шапочки и перчаток равна 5400 руб. После снижения цены шапочки на 15%, а перчаток на 10% стоимость комплекта снизилась до 4740 руб. Тогда первоначальная стоимость перчаток равна

A 2700 руб.

B 2800 руб.

C 3000 руб.

D 3200 руб.

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

13. Дана функция $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$. Тогда

A при любом a уравнение $f(x) = a$ имеет решение

B при любом $a \in [2, 3]$ уравнение $f(x) = a$ имеет четыре корня

C существует такое число a, что уравнение $f(x) = a$ имеет нечетное число корней

D если уравнение $f(x) = a$ имеет два корня, то $a > 3$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Решением неравенства $\left(\dfrac{1}{25}\right)^{2x} < 125^{x+1}$ является множество

A $(-3/7, +\infty)$

B $(-\infty, 5/3)$

C $(-2/3, 2)$

D $(5/3, +\infty)$

E отличное от перечисленных в A, B, C, D

15. Сколько граммов соли надо добавить в 1 кг 10%-ного раствора этой соли, чтобы получить 20%-ный раствор?

A 100

B 125

C 150

D 200

E количество граммов, отличное от перечисленных в A, B, C, D

16. Множество тех чисел a, при которых система

$$\begin{cases} |x + y| = a, \\ x^2 + y^2 = 1, \end{cases}$$

имеет два решения, есть

A $\varnothing$

B $\{-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}\}$

C $\{-1, 1\}$

D $\{0, \sqrt{2}\}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

17. График функции $f(x) = x^3 - x$ пересекает положительную полуось абсцисс под углом (угол отсчитывается от положительного направления оси абсцисс против часовой стрелки)

A $\operatorname{arctg} 2$

B $\operatorname{arctg} 3$

C $\pi/3$

D $\pi/4$

E отличным от перечисленных в A, B, C, D

18. Число $\log_{216} 27 + \log_{36} 16 + \log_6 3$ равно

A 1

B 2

C $\log_3 2$

D $\log_6 24$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

19. Решением неравенства $3^{x-3} + \dfrac{1}{3} \cdot 3^x > 12$ является множество

A $(3 + \log_3 5 - \log_3 2, +\infty)$

B $(4 + \log_3 2 - \log_3 5, +\infty)$

C $(-\infty, 4 + \log_3 2 - \log_3 5)$

D $(5 - \log_3 5, +\infty)$

E отличное от перечисленных в A, B, C, D

20. Известно, что $4^x + 4^{-x} = 23$. Тогда число $2^x + 2^{-x}$ равно

A 5

B $\sqrt{21}$

C 4.5

D 5.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

21. Выражение $\left(N^{\frac{1}{\log_2 N}} \cdot N^{\frac{1}{\log_4 N}} \cdot N^{\frac{1}{\log_8 N}} \cdot \ldots \cdot N^{\frac{1}{\log_{512} N}}\right)^{\frac{1}{15}}$ равно (основания логарифмов — последовательные натуральные степени числа 2, $N > 0$, $N \neq 1$)

A N^9

B 8

C $15 \log_2 N$

D 32

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

22. При каком значении a сумма квадратов корней квадратного уравнения $x^2 + ax + a - 2 = 0$ наименьшая?

A $a = 0$

B $a = 1$

C $a = 1.5$

D $a = 2$

E при значении a, отличном от перечисленных в A, B, C, D, или такого a не существует

23. Длина Дуная относится к длине Днепра как $\frac{19}{3} : 5$, а длина Дона относится к длине Дуная как $6.5 : 9.5$. Днепр длиннее Дона на 300 км. Тогда длина Дуная (в км) равна

A 2600

B 2850

C 3150

D 3300

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

24. Рыбаки ловили карасей и щук. Каждый поймал столько карасей, сколько щук поймали все остальные. Общее количество пойманных карасей в 15 раз больше, чем общее количество пойманных щук. Тогда число рыбаков равно

A 8 человек

B 12 человек

C 16 человек

D 20 человек

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо такая ситуация невозможна

25. Множество решений уравнения

$$\left(x-\sqrt{x^2-2}\right)^3\left(x+\sqrt{x^2-2}\right)^5=32$$

состоит из чисел

A $\frac{9}{2}$ и $-\frac{9}{2}$

B $\frac{9}{4}$ и $-\frac{9}{4}$

C $\frac{9}{2}$ и $-\frac{9}{4}$

D $\frac{9}{4}$ и $-\frac{9}{2}$

E из чисел, отличных от перечисленных в A, B, C, D, либо является пустым

26. Значение выражения

$$(x:y)^{-20}\cdot\left(\left(\frac{y}{2}\right):x\right)^{-10}$$

при $x=\left(\frac{1}{32}\right)^{-1}$, $y=\left(\frac{1}{16}\right)^{-1}$, а двоеточие означает деление, равно

A 2^{10}

B 2^{-10}

C 2

D 1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

27. За весну Обломов похудел на 25%, за лето поправился на 20%, за осень похудел на 10%, и за зиму прибавил 20%. Тогда за год Обломов

A сохранил свой вес

B похудел на 2.8%

C поправился на 4.5%

D похудел на 3.6%

E поправился на 5.2%

28. Выражение

$$2^{20} - 2^{19} - 2^{18} - \cdots - 2 - 1$$

равно

A 0

B 1

C $2 \cdot 2^{20}$

D $2^{20}/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

29. Множество решений уравнения

$$x^2 + 5x + \sqrt{x^2 - 49} = \sqrt{x^2 - 49} + 14$$

состоит из чисел

A 7 и -2

B -7 и 2

C только 2

D только -7

E из чисел, отличных от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решений

30. В прямоугольном треугольнике катеты равны 6^x и 9^x, а гипотенуза равна 4^x. Тогда число x равно

A $\dfrac{\ln((\sqrt{5}+1)/2)}{\ln(9/4)}$

B $\dfrac{\ln((\sqrt{5}-1)/2)}{\ln(9/4)}$

C $\dfrac{\ln((\sqrt{5}+1)/2)}{\ln(2/3)}$

D $\dfrac{\ln((\sqrt{5}-1)/2)}{\ln(3/2)}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо такого числа не существует

31. В классе учатся 7 девочек и 8 мальчиков. Учитель наугад выбирает трех учеников. Вероятность того, что мальчиков в выборке будет больше чем девочек, равна

A $28/55$

B $42/85$

C $36/65$

D $8/15$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

32. 70 процентов студентов большого университета знают французский язык. Случайным образом выбирается 4 студента. Пусть X — число студентов в этой выборке, знающих французский язык. Наиболее вероятное значение величины X равно

A 0

B 1

C 2

D 3

E 4

33. События A и B независимы. Тогда

A события A и B несовместные

B $P(A \mid B) = P(B)$

C $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

D $P(A \setminus B) = P(A) - P(B)$

E $P(B \mid A) = P(B)$

34. A и B — случайные события, $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.6$. Какому из нижеследующих чисел не может быть равна вероятность $P(A \setminus B)$?

A 0.20

B 0.25

C 0.35

D 0.45

E вероятность $P(A \setminus B)$ может быть равна любому из чисел, перечисленных в A, B, C, D

35. Пусть X, Y — случайные величины, $E(X) = 2$, $\text{Var}(X) = 9$, $E(Y) = 3$, $\text{Var}(Y) = 4$ и $\text{Var}(2X - Y) = 25$. Тогда коэффициент корреляции этих случайных величин равен (укажите ближайшее число)

A 0.483

B 0.625

C -0.564

D 0.345

E 0.296

36. Компания, состоящая из 10 студентов, решила отпраздновать окончание сессии в ночном клубе, куда допускаются только посетители не моложе 18 лет. У пяти студентов компании возраст ниже 18 лет. Охранник на входе в клуб сказал, что он случайно выберет трёх студентов и, если среди окажется по крайней мере один, не достигший возраста 18 лет, вся компания не будет допущена в клуб. Вероятность того, что компания всё же попадет в клуб, равна (укажите ближайшее число)

A 0.083

B 0.125

C 0.256

D 0.354

E 0.458

37. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[-1, 1]$, случайная величина Y равномерно распределена на отрезке $[-1, 2]$, и X и Y независимы. Тогда вероятность того, что X и Y имеют разные знаки, равна

A 3/4

B 1/2

C 1/3

D 1/6

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

38. Оценка параметра θ имеет смещение 30 и стандартное отклонение 10. Если смещение уменьшится в два раза, а стандартное отклонение возрастет в два раза, то среднеквадратичная ошибка

A возрастет более, чем на 50%

B возрастет менее, чем на 50%

C уменьшится более, чем на 50%

D уменьшится менее, чем на 50%

E не изменится

39. Какие из утверждений I, II, III истинные?

I. Если X — дискретная случайная величина, $E(X) = 6$, $\mathrm{Var}(X) = 9$, то случайная величина $Y = \dfrac{X-6}{3}$ имеет стандартное нормальное распределение.

II. Дисперсия несмещенной оценки некоторого параметра не превосходит дисперсии любой смещенной оценки этого параметра.

III. Нормальная случайная величина и биномиальная случайная величина могут быть зависимыми.

A только I

B только II

C только III

D только I и II

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D не дает правильного набора ответов

40. Игрок случайно выбирает точку в области S, а область S состоит из четырех частей, составляющих соответственно 50%, 30%, 12% и 8% всей области. При попадании точки в i-ю часть ($i = 1, 2, 3, 4$) игрок получает выигрыш с вероятностями соответственно 0.01, 0.05, 0.2 и 0.5. Игрок выбрал точку и выиграл. В какую из частей области S вероятнее всего произошло попадание?

A в первую

B во вторую

C в третью

D в четвертую

E недостаточно информации, чтобы получить однозначный ответ

Ответы на тестовые вопросы олимпиады 1 июня 2024 г. для прикладных программ

Код 00000

1. D	**2.** A	**3.** D	**4.** D	**5.** D
6. B	**7.** B	**8.** A	**9.** C	**10.** B
11. A	**12.** C	**13.** C	**14.** A	**15.** B
16. D	**17.** A	**18.** B	**19.** B	**20.** A
21. B	**22.** B	**23.** B	**24.** C	**25.** E
26. D	**27.** B	**28.** B	**29.** D	**30.** B
31. C	**32.** D	**33.** E	**34.** D	**35.** B
36. A	**37.** B	**38.** D	**39.** C	**40.** D

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА
ПРИКЛАДНЫЕ ПРОГРАММЫ
ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (26 июля 2024 г.)

Фамилия, имя, отчество — Код

______________________ *00000*

Заштрихуйте на бланке ответов и обведите кружком в условии тот единственный ответ (из A, B, C, D, E), который вы считаете правильным. Каждый правильный ответ оценивается в одно очко. Неправильный ответ или отсутствие ответа — ноль очков. Если с точки зрения экзаменатора предложенный ответ однозначно установить невозможно, то считается, что ответ отсутствует. В случае расхождений приоритет отдается отметкам на бланке ответов.

1. Выражение

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\log_{1.3}125}{\log_{1.3}\sqrt{5}}\right)$$

равно

A $3/2$

B $4/2$

C $5/2$

D $6/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

2. Точка M делит отрезок так, что левая часть отрезка на 20 см больше правой части. Точка N делит отрезок так, что правая часть отрезка на 40 см больше левой части. Расстояние (в см) между точками M и N равно

A 20

B 30

C 40

D 50

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

3. Точка D лежит на гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC, при этом $AD = 2$, $BD = 3$. Из точки D на катеты AC и BC проведены перпендикуляры соответственно DM и DN так, что $CMDN$ – квадрат. Тогда площадь этого квадрата равна

A $\frac{27}{10}$

B $\frac{32}{11}$

C $\frac{36}{13}$

D $\frac{39}{14}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

4. Чему равно значение y для решения системы уравнений

$$\begin{cases} 4x + 5y \qquad = -2 \\ -4x + 3y + 5z = 13 \\ 2x + 5y - \quad z = 5 \end{cases}$$

A -3

B -1

C 1

D 2

E 3

5. Студент выполнял лабораторную работу в течение четырех недель. На четвертой неделе он затратил на 20% больше времени, чем на третьей. На третьей неделе он затратил на 25% больше времени, чем на второй неделе. На второй неделе студент затратил на 40% больше времени, чем на первой неделе. Известно, что на четвертой неделе он занимался лабораторной работой 21 час. Сколько часов студент потратил на лабораторную работу на первой неделе?

A 7.5

B 10

C 12.5

D 15

E 17.5

6. Первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии равен 3, а ее сумма равна 2. Тогда знаменатель прогрессии равен

A $-1/5$

B $-1/4$

C $-1/3$

D $-1/2$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такой прогрессии не существует

7. Множество тех чисел m, при которых уравнение $|x^2 + 1.5x + 1| = m$ имеет единственное решение, есть

A $\{0\}$

B $\left\{0, \dfrac{7}{16}\right\}$

C $\left\{-\dfrac{7}{16}, \dfrac{7}{16}\right\}$

D $\left\{\dfrac{7}{16}\right\}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

8. Значение выражения

$$\frac{\left(\sqrt{15}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{60}-\sqrt{12}-\sqrt{45}+3\right)}{8-\sqrt{48}}$$

равно

A $3\sqrt{2}$

B $2\sqrt{3}$

C 3

D $3\sqrt{5}$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

9. Для корней x_1, x_2 уравнения $x^2+2x+c=0$ выполнено равенство $7x_2-4x_1+47=0$. Тогда число c равно

A -15

B -10

C -5

D -2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

10. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 27, а сумма ее первых трех членов равна 26. Тогда знаменатель прогрессии равен

A $2/3$

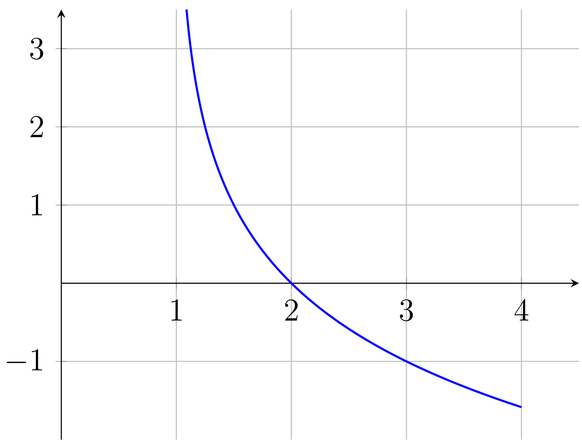
B $1/2$

C $1/3$

D $1/4$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или такой прогрессии не существует

11. На рисунке изображен график функции $f(x)=\log_a(x+b)$ Тогда число $f(9)$ равно



A -2

B $-5/2$

C -3

D -4

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

12. Свежий виноград содержит 80% воды. Изюм, изготовленный из этого винограда, содержит 25% воды. Сколько килограммов изюма поучится из 300 кг свежего винограда?

A 60

B 75

C 80

D 90

E число килограммов, отличное от перечисленных в A, B, C, D

13. Пусть $f(x) = \big||x-1|-1\big|$. Тогда

A график функции $f(x)$ имеет асимптоту

B у функции $f(x)$ есть две точки локального максимума и одна точка локального минимума

C наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[11/10, 21/10]$ равно 1

D на отрезке $[-1, 1/3]$ функция $f(x)$ возрастает

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

14. Числители трех дробей пропорциональны числам 1, 2, 3, а знаменатели — числам 1, 3, 7, соответственно. Среднее арифметическое этих дробей равно $176/441$. Тогда вторая дробь равна

A $3/8$

B $5/9$

C $11/24$

D $8/21$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

15. Множество решений уравнения $\ln(x^2) = 0.25\ln((4x+3)^4)$ есть

A $\{-1, 2-\sqrt{7}, 2+\sqrt{7}\}$

B $\{-1, -3, 2-\sqrt{7}, 2+\sqrt{7}\}$

C $\{-2, -3, 2+\sqrt{7}\}$

D $\{-2, -3, 2-\sqrt{7}\}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

16. График функции $f(x) = x^{\lg x} - 100\,000x^4$ пересекает ось абсцисс в точке (точках)

A $\dfrac{1}{100}$ и 10 000

B 100 000

C $\dfrac{1}{10}$ и 100 000

D 10 000

E в точках, отличных от перечисленных в A, B, C, D

17. Множество решений уравнения $|x-1|^{\ln^2 x - \ln(x^2)} = |x-1|^3$ есть

A $\{0, 1, e\}$

B $\{2, 1/e, e^3\}$

C $\{2, 1/e^3, e\}$

D $\{0, 2, 1/e, e^3\}$

E множество, отличное от перечисленных в A, B, C, D

18. Сумма двух чисел равна 44, причем ме́ньшее число отрицательное. Процентное отношение разности между бо́льшим и ме́ньшим числами к ме́ньшему числу совпадает с ме́ньшим числом. Тогда бо́льшее число равно

A 286

B 354

C 484

D 264

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

19. Рабочий день уменьшился с 8 часов до 7 часов. На сколько процентов нужно повысить производительность труда, чтобы при тех же расценках заработная плата возросла на 5%?

A 10%

B 12%

C 15%

D 20%

E на число процентов, отличное от перечисленных в A, B, C, D

20. Пусть $k \in (0, 1)$. Тогда

A $\frac{3k}{2} < k$

B $\frac{1}{k} < k$

C $|k| < k$

D $\sqrt{k} < k$

E $k^2 < k$

21. Пусть числа a_1, a_2, a_3 образуют арифметическую прогрессию с разностью 3/4. Известно, что $a_1 > 0$ и $a_1 \cdot a_3 = 2a_2$. Тогда

A $a_1 = 1/3$

B $a_1 = 1/2$

C $a_1 = 1$

D $a_1 = 4/3$

E $a_1 = 3/2$

22. Пусть n — наименьшее целое число, при котором $3^{-n} < 0.01$. Тогда n равно

A 2

B 3

C 4

D 5

E 6

23. Известно, что $\sqrt{24-t^2}-\sqrt{8-t^2}=2$. Тогда сумма $\sqrt{24-t^2}+\sqrt{8-t^2}$ равна

A $\sqrt{t^2-16}$

B 8

C 32

D $\sqrt{16-t^2}$

E выражению, отличному от перечисленных в A, B, C, D

24. Известно, что $4^x+4^{-x}=23$. Тогда число 2^x+2^{-x} равно

A 22

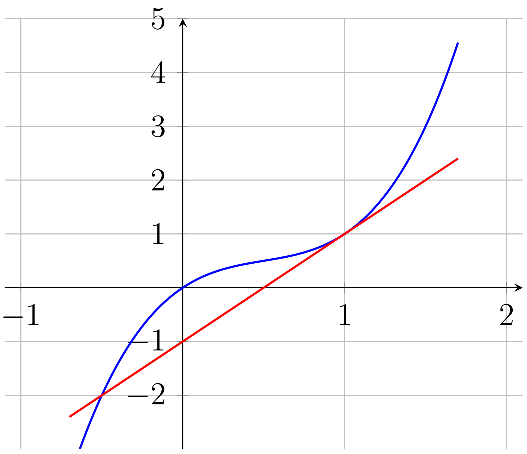
B 23

C 5

D 27

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

25. На рисунке представлен график функции $f(x)$ и касательная, проведенная к графику через точку с абсциссой $x=1$.



Тогда производная $f'(1)$ равна

A 0

B $1/2$

C 1

D 2

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

26. Средний возраст сотрудников фирмы, состоящей из 13 человек, составляет 35 лет. В фирму приняли нового сотрудника, после чего средний возраст сотрудников уменьшился до 34 лет. Тогда возраст нового сотрудника равен

A 18 лет

B 19 лет

C 20 лет

D 21 год

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо такая ситуация невозможна

27. Даны три положительных числа $a, b, c > 0$. Известно, что

$$a^b = 343, \quad b^c = 9, \quad a^c = 7$$

Тогда число b^b равно

A 720

B 729

C 750

D 765

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, либо таких чисел не существует

28. Дано уравнение

$$x^2 + 5x + \sqrt{x^2 - 49} = \sqrt{x^2 - 49} + 14.$$

Множество его решений состоит из чисел

A 7

B 2 и 7

C 2 и -7

D 2, 7 и -7

E отличных от перечисленных в A, B, C, D, либо уравнение не имеет решений

29. Периметр и площадь прямоугольного треугольника равны 30. Тогда катеты этого треугольника равны

A 6 и 10

B 15 и 4

C 12 и 5

D 7.5 и 8

E числам, отличным от перечисленных в A, B, C, D, либо такого треугольника не существует

30. Известно, что положительные числа x и y удовлетворяют равенству

$$x + 9y = 6\sqrt{xy}.$$

Тогда отношение x/y равно

A 9

B 12

C 15

D 18

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D, или не существует

31. У неправильного игрального кубика вероятность выпадения единицы при однократном подбрасывании равна $1/4$, а шестерки — $1/8$. Оставшиеся четыре грани выпадают равновероятно. Среднее значение числа выпавших очков при однократном подбрасывании кубика равно

A $93/32$

B $51/16$

C $27/8$

D $55/16$

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

32. Пусть $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ — две оценки скалярных параметров θ_1, θ_2 соответственно. Тогда

A если $\hat{\theta}_1$ — несмещенная оценка параметра θ_1, то $|\hat{\theta}_1|$ несмещенная оценка параметра $|\theta_1|$

B если $\theta_1 = \theta_2$ и $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_1) = \mathrm{Var}(\hat{\theta}_2)$, то оценка $\hat{\theta}_1$ эффективнее оценки $\hat{\theta}_2$

C если обе оценки $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ несмещенные, то оценка $\hat{\theta}_1^2 - \hat{\theta}_2^2$ является несмещенной оценкой параметра $\theta_1^2 - \theta_2^2$

D если $\hat{\theta}_1$ — несмещенная оценка параметра θ_1, то $E(\hat{\theta}_1^2) \geqslant \theta_1^2$

E все четыре утверждения A, B, C, D ложные

33. A и B — случайные события, $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$, $P(A \cap B) = 0.1$. Тогда вероятность того, что произойдет ровно одно из событий A и B, равна

A 0.2

B 0.3

C 0.4

D 0.5

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

34. Есть пятьдесят одинаковых закрытых коробок. В пяти коробках по 5000 руб., в десяти коробках по 4000 руб., в оставшихся коробках по 2000 руб. Вам предлагается выбрать любую коробку и взять лежащие в ней деньги. Какую справедливую сумму вы должны заплатить за участие в этой игре?

A 2500 руб.

B 2700 руб.

C 3000 руб.

D 3200 руб.

E сумму, отличную от перечисленных в A, B, C, D

35. Случайная величина X принимает значения $x_1, \ldots, x_m$, случайная величина Y принимает значения $y_1, \ldots, y_n$. Какие из следующих утверждений (I, II, III) истинные?

I. Если $\mathrm{corr}(X, Y) = 0$, то $\mathrm{Var}(X - Y) = \mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)$.

II. Если условные распределения $P(Y = y_j \mid X = x_i)$, $j = 1, \ldots, n$ не зависят от $i = 1, \ldots, m$, то $\mathrm{corr}(X, Y) = 0$.

III. Если $\mathrm{corr}(X, Y) > 0$, то $\mathrm{Var}(X + Y) > \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y)$.

A только I и II

B только II и III

C только II

D только I и III

E ни один из вариантов, перечисленных в A, B, C, D, не дает правильного набора ответов

36. Точка (X, Y) случайно выбирается в квадрате с вершинами в точках $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 2)$. Тогда вероятность $P(X + Y < 1)$ равна

A 1/2

B 1/4

C 1/6

D 1/8

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

37. Совместное распределение величин X и Y задано таблицей

	$Y=2$	$Y=4$
$X=1$	0.2	x
$X=3$	y	0.4

Известно, что $E(Y)=3.4$. Тогда число y равно

A 0.1

B 0.2

C 0.25

D 0.3

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

38. Из стандартной колоды, содержащей 52 карты, последовательно без возвращения выбираются две карты. Известно, что вторая карта имеет красную масть. Тогда вероятность того, что первая карта имеет черную масть, равна

A 26/51

B 1/2

C 25/52

D 24/51

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

39. Известно, что 40% отказов компьютеров происходит из-за поломки жесткого диска, 25% — из-за поломки монитора, 20% — из-за поломки блока питания и 15% — из-за поломки процессора. Известно, что отказ компьютера произошел не из-за поломки монитора. Тогда вероятность того, что отказал жесткий диск, равна (укажите ближайшее число)

A 0.15

B 0.36

C 0.53

D 0.64

E 0.72

40. Пусть X и Y — случайные величины, $\mathrm{Var}(X)=4$, $\mathrm{Var}(Y)=1$, $\mathrm{Var}(X-Y)=3$. Тогда коэффициент корреляции между X и Y равен

A 0.8

B 0.5

C -0.3

D 1

E числу, отличному от перечисленных в A, B, C, D

Ответы на тестовые вопросы вступительного экзамена 26 июля 2024 г. для прикладных программ

Код 00000

1. D	**2.** B	**3.** C	**4.** D	**5.** B
6. D	**7.** D	**8.** C	**9.** A	**10.** C
11. C	**12.** C	**13.** A	**14.** D	**15.** B
16. C	**17.** B	**18.** D	**19.** D	**20.** E
21. E	**22.** D	**23.** B	**24.** C	**25.** D
26. D	**27.** B	**28.** A	**29.** C	**30.** A
31. B	**32.** D	**33.** C	**34.** B	**35.** B
36. D	**37.** A	**38.** A	**39.** C	**40.** B